

Karno Haritası



19 08 2006

Bir önceki konuda anlattığımız boolean matematiginde yapılan sadelestirmeleri karno haritasinda daha kolay ve daha güvenilir yapmak mümkün. Karno haritasi, sadelestirme ve dijital devre tasariminda kullanilmaktadir. Degisken sayisina göre...

KARNO HARITASI

Bir önceki konuda anlattığımız boolean matematiginde yapılan sadelestirmeleri karno haritasinda daha kolay ve daha güvenilir yapmak mümkün. Karno haritasi, sadelestirme ve dijital devre tasariminda kullanilmaktadir. Degisken sayisina göre karno haritasi düzenlenir. Örneğin 2 degisken (A B), 5 degisken (A B C D E) gibi. Karno haritasi en fazla 6 degiskenli esitlikleri sadelestirmede kullanilir. Asagida degisken sayisina göre karno düzenleme anlatilmistir.

1) - Degisken Sayisina Göre Karno Hazirlama :

Karno haritasinda kaç kutu olacagini 2^n (2 üzeri n) formülü ile bulabilirsiniz. N degisken adedini belirtir.

Asagidaki tabloda degiskenin degili olan yerlere 0 , degiskenin kendisi olan yerlere 1 konur.

a) - 2 Degiskenli karno haritasi :

(A , B) $2^2 = 4$ kutu

	A	A'	A
B	A'B	A'B'	AB
B'	AB'	A'B	AB

b) - 3 Degiskenli karno haritasi :

(A , B , C) $2^3 = 8$ kutu

	AB	A'B	AB	AB'
C	A'B'C	A'B'C'	AB'C	AB'C'
C'	A'B'C	A'B'C'	AB'C	AB'C'

c) - 4 Degiskenli karno haritasi :

(A , B , C , D) $2^4 = 16$ kutu

	AB	A'B	AB	AB'
CD	A'B'C'D	A'B'C'D'	AB'C'D	AB'C'D'
C'D	A'B'C'D	A'B'C'D'	AB'C'D	AB'C'D'
C'D'	A'B'C'D	A'B'C'D'	AB'C'D	AB'C'D'

d) - 5 Degiskenli karno haritasi :

(A , B , C , D , E) $2^5 = 32$ kutu

		ABC				C'			
		A'B'		A'B		AB		AB'	
DE	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E
	D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E
	DE	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E
	DE	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E	A'B'C'D'E

e) - 6 Degiskenli karno haritasi :

(A , B , C , D , E , F) $2^6 = 64$ kutu

		ABC				C'			
		A'B'		A'B		AB		AB'	
DEF	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	DE	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	DE	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	DE	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	DE	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'
	D'E	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'	A'B'C'D'E'F'

2) - Tablodan Karno Haritasina Geçiş :

Asagida görülen tablolarda tasarlanacak lojik devrenin giris ve çikis durumlari görölmektedir. Çikis durumlari tasarimcinin istegine baglidir. Çikislar, "girisler ... iken çikislar ... olsun" seklide tasarlanir. Daha sonra tablodaki çikis degerleri karno haritasina aktarilir. Karno haritasindaki kutularin sag alt kösesindeki mavi renkte yazilmis olan numaralar kutu numaralaridir. Bu numaralar tablodada görölmektedir ve çikis degerleri karnoya bu numaralara göre yerlestirilir. Birde daha önceki konuda yani "Karno Karitasi Düzenleme" konusunda göröldüğü gibi, yerlestirme, degiskenlerin durumuna görede yapilmaktadir. Degiskenin degili (A') gösterilen yerlere degiskenin 0 oldugu, degiskenin kendisi (A) gösterilen yerlerde degiskenin 1 oldugu durumlardaki çikis degerleri yazilir.

a) - 2 Degiskenli tablo ve karno haritasi :

Kutu	Girisler		Çikislar				
No:	A	B	Q	AB	0	1	
0	0	0	0	0	0	0	2
1	0	1	1				
2	1	0	0	1	1	1	3
3	1	1	1				

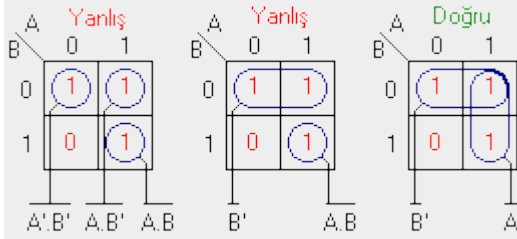
Yukaridaki tablodaki çikis degerleri karno haritasina, tabloda görülen kutu numaralarina göre yerlestrilmistir. Karno haritasindaki kutularin sag alt köselerindeki mavi renk numaralar, kutu numaralaridir. Aslinda tablodan karno haritasina geçis yapilirken A ve B degiskenlerinin gözönüne alınmasi gerekmektedir. Yani A ve B degiskenlerinin 0 oldugu durumdaki çikis degeri karnodada A ve B degiskenlerinin 0 oldugu kutuya yazilmalidir. Bu kutu da, göröldüğü gibi 0 nolu kutudur. Daha

fazla degiskenli karnolarda da bu kural geçerlidir. Bu kural ayrıca daha kolaylık sağlar.

3) - Karno haritasında gruptlama :

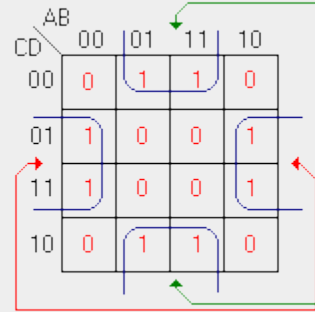
Karna haritasında sadeleştirme yapılırken karno içerisindeki 1 ler gruplandırılırlar. 0 lar ise kaale alınmazlar. Bu 1 'leri gruplandırmanın bir çok yöntemi vardır. Ayrıca gruplandırmada en doğru olan , en sade olan gruplandırmadır. Şimdi bunları inceleyelim.

Yan tarafta karno gruplandırma ve bu grupların tanımı bulunmaktadır. En doğru gruplandırma en sade olanıdır. Grupların tanımları çıkarılırken, grubun kapsadığı kutularda değişiklik göstermeyen değişkenler alınır. Değişiklik gösteren değişkenler etkisiz sayılır. Alınan değişken 0 ise tanıma değişkenin değil, 1 ise de değişkenin kendisi yazılır. Örneğin yan tarafta doğru olan karnoda üstteki yatay grubu ele alalım. Grup iki kutu kapsıyor. Bu kutular A 'nin ve B 'nin 0 olduğu (A'.B') kutudur. Diğer kapsadığı kutu ise A 'nin 1, B 'nin ise 0 olduğu (A.B') kutudur. İki tanımı ele aldığımızda (A'.B') - (A.B') A değişkeninin değiştiğini B değişkeninin ise sabit kaldığını görüyoruz. Bu durumda A değişkeni etkisizdir. Yani A, 0 'da 1 'de olsa çıkışı etkilemez. Tanım olarak B' 'li alıyoruz.



Gruplama şekilleri

Karnoda çapraz gruplama yapılamaz. Gruplama yapılırken birbirine yakın olan tüm 1 'ler gruba dahil edilmelidir. Ayrıca bir gruba dahil olan 1, diğer gruba uyum sağlıyorsa o gruba alınmalıdır. Bir grupta ne kadar çok 1 olursa okadar sade bir tanım elde edilir. Birde yan taraftaki şekilde görüldüğü gibi en dış kısımda bulunan 1 'ler gruba alınabilirler. Karno haritasını bir kâğıt gibi düşünürsek, üst veya yan kenarlarını uc uca getirdiğimizde bu 1 'lerin bir grup oluşturabildiğini görürüz.



Şimdi de bu grupların okunusunu bulalım. İlk önce kırmızı oklarla belirtilen grubu ele alalım. Bu grubun kapsadığı kutular, dikey olarak A ile B 'nin 0 olduğu ve A 'nin 1, B 'nin ise 0 olduğu kutulardır. Yatay olarak ise C 'nin 0, D 'nin 1 olduğu ve C ile D 'nin 1 olduğu kutulardır. Bunları düzene soktığımızda, dikey (A'.B') - (A.B'), yatay (C'.D) - (C.D) olduğunu görürüz. Bu tanımlardan değişmeyenleri alırsak sonuç, (B'.D) olur. Bunları düzene soktığımızda, dikey (A'.B') - (A.B'), yatay (C'.D) - (C.D) olduğunu görürüz. Bu tanımlardan değişmeyenleri alırsak sonuç, (B'.D) olur. Şimdi de yeşil oklarla belirtilen grubu ele alalım. Grup dikeyde A 'nin 0 B 'nin 1 olduğu ve A ile B 'nin 1 olduğu kutuları kapsıyor. Yatayda da C ile D 'nin 0 olduğu ve C 'nin 1 D 'nin ise 0 olduğu kutuları kapsıyor. Dikey (A'.B) - (A.B), Yatay (C'.D') - (C.D'). Sonuç olarak tanım (B.D') olur. Bu iki sonucunda Veya 'sini alırsak karnonun en sadeleştirilmiş hali $Q = (B'.D) + (B.D')$ olur.

4) - Karnodan Lojik devre tasarlama :

Yan tarafta karno haritası, tanımı ve lojik devresi görülmektedir. Lojik devre tasarlanırken ilk önce değişkenler ve degilleri hazırlanır. Daha sonra çarpımlar yani Ve kapıları yerlerine konur. En son

olarakta toplamlar yani Veya kapilari yerlerine konur. Bu lojik devre en sade haldeki tanimdan olusturulmustur. Eger tam sadelestirilmemis bir tanimdan lojik devre tasarlanirsa gereksiz fazlalikta lojik kapi kullanilmis olur. Bu da gereksiz yere masraftir.

