

Elektrostatik, Manyetik Alan

Alan: skaler veya vektörel bir büyüklüğün konumsal dağılımı

- Statik alan konuma bağlı değildir

- Baskı

- Elektrik

- Manyetik alan

Alan zamanla bağlı olabilir

$$f(x, y, t)$$

Yük bir maddenin üzerindeki elektron miktarı ne olduğudur eğer

elektronlar birleşmişse maddede negatif yüklü oluz.

Eğer üzerindeki elektronları kaybederse pozitif oluz.

Elektron yükü bir maddenin fiziksel bir özelliğidir ve

yükü başka bir maddede ne korunduğunda maddede bir

çekim kuvveti oluz.

Yükün birimi coulomb oluz ve C ne gösterir. SI: International system of unit

Değişken olarak ifade edilen Q ya da q ne gösterir.

↳ Devre yükü → kaybolan yük

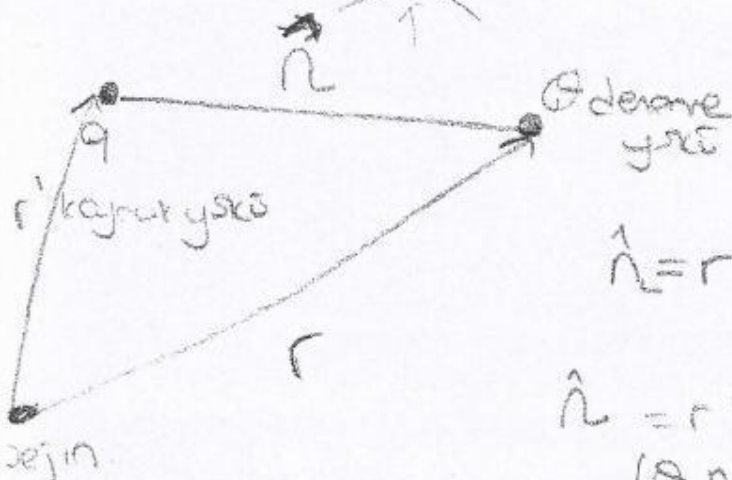
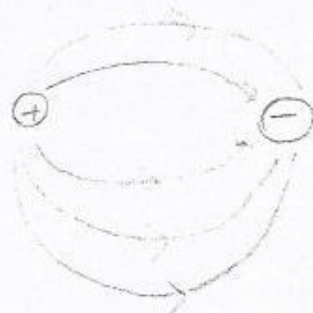
elektirik alan yükü maddelerde ve değişen manyetik alanda alan oluz.

Elektrik alan yükü kaynağına göre konumlandırılan pozitif/yükü bir maddede etkiler kurvetir. ^{birim}

Eğer yük veya manyetik alan zaman veya konuma göre hareket etmiyorsa (değişmiyorsa) Durgun elektrik alanı oluz.

q
kaynak yarı

test yükü



$$\hat{r} = r - r'$$

$\hat{r}$ = r'den (q' noktasına) r'ye
(Q noktasına) olan yerlik vektördür.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2} = \epsilon_0 = \text{göreceli "permittivite"}$$

↳ sabit say

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

N.m² → metre
N → Newton

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r} \quad \vec{E} \text{ ye kaynak yarı } q' \text{ 'nin elektrisi} \\ \text{alanıdır.}$$

ex (0,0) $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$

$q_1 = 4\pi\epsilon_0$ $Q = 4\pi\epsilon_0$

$\hat{n}$ $(1,0)$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r} \cdot \hat{n}$$

$$\hat{n} = 1 \cdot \hat{x}$$

$$\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}' \quad \vec{r} = 1 \cdot \hat{x} + 0 \cdot \hat{y} \quad \vec{r}' = 0 \cdot \hat{x} + 0 \cdot \hat{y} \quad \vec{r} = (1-0)\hat{x} + (0-0)\hat{y} = \hat{x}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0}{12} \cdot \hat{x} = \hat{x} \left(\frac{N}{C} \right)$$

$$\boxed{\hat{n} = \hat{x}}$$

$$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q$$

$$= \hat{x} \cdot 4\pi\epsilon_0$$

$$= 4\pi\epsilon_0 \cdot \hat{x}$$

$$\begin{array}{ccc} (0,0) & \xrightarrow{(1,0)} & (2,0) \\ q_1 = 4\pi\epsilon_0 & q = 4\pi\epsilon_0 & q_2 = 8\pi\epsilon_0 \end{array}$$

şeklinde olsun.

2 boyutlu Q noktasında
duşuklukta
 E alınmaz.

$$\hat{r}_2 = \hat{r} - \hat{r}_2'$$

$$\hat{r} = 1\hat{x} + 0\hat{y}$$

$$\hat{r}_2' = 2\hat{x} + 0\hat{y}$$

$$\hat{r}_2 = (1-2)\hat{x} + (0-0)\hat{y} = -\hat{x} \text{ yönünde}$$

$$r_1 = -x$$

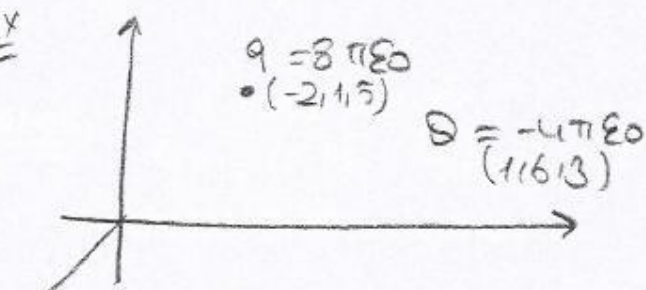
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{8\pi\epsilon_0}{1^2} \cdot (-\hat{x}) \quad E_2 = -2\hat{x}$$

$$r_2 = 1$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \hat{x} + (-2\hat{x}) = -\hat{x}$$

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = 4\pi\epsilon_0 \cdot (-\hat{x}) = -4\pi\epsilon_0 \hat{x}$$

ex



n yönündeki birim vektör

$$n = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2^2} = \sqrt{38}$$

$$\hat{n} = \frac{3}{\sqrt{38}}\hat{x} + \frac{5}{\sqrt{38}}\hat{y} - \frac{2}{\sqrt{38}}\hat{z}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \hat{n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{8\pi\epsilon_0}{38} \cdot \hat{n} = \frac{1}{19} \cdot \hat{n}$$

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E} = -4\pi\epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

$$= -\frac{12\pi\epsilon_0}{19\sqrt{38}}\hat{x} - \frac{20\pi\epsilon_0}{19\sqrt{38}}\hat{y} + \frac{8\pi\epsilon_0}{19\sqrt{38}}\hat{z}$$

$$\vec{E} = ? \quad \hat{r} = q' \text{ 'nun konumu}$$

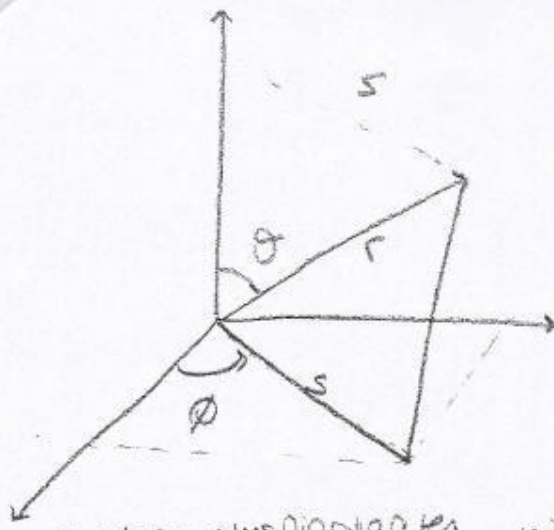
$$\vec{F} = ? \quad \hat{r} = Q' \text{ 'nun konumu}$$

n için r yi bulmak lazım

$$\hat{r} = \hat{x} + 6\hat{y} + 3\hat{z}$$

$$\hat{r}' = -2\hat{x} + \hat{y} + 5\hat{z}$$

$$\hat{n} = \hat{r} - \hat{r}' = (1 - (-2))\hat{x} + (6 - 1)\hat{y} + (3 - 5)\hat{z} = 3\hat{x} + 5\hat{y} - 2\hat{z}$$



(x, y, z) kartezyen
 (s, θ, z) silindirik
 (r, θ, ϕ) küresel

kartezyen silindirik küresel

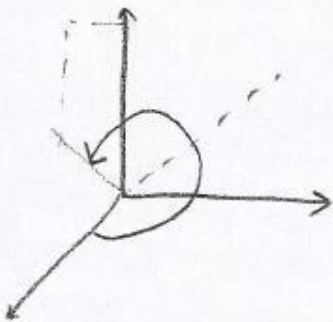
kartezyen		$x = s \cdot \cos \phi$ $y = s \cdot \sin \phi$ $z = z$	$x = r \cdot \sin \theta \cdot \cos \phi$ $y = r \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi$ $z = r \cdot \cos \theta$
silindirik	$s = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\theta = \tan^{-1}(y/x)$ $z = z$		$s = r \cdot \sin \theta$ $\phi = \phi$ $z = r \cdot \cos \theta$
küresel	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\theta = \cos^{-1}(z/r)$ $\phi = \tan^{-1}(y/x)$	$r = \sqrt{s^2 + z^2}$ $\theta = \tan^{-1}(s/z)$ $\phi = \phi$	

Örnek (kartezyen)
 $a = (x_0, y_0, z_0) = (-1, -2, -3)$ noktası silindirik koordinat sisteminde nedir?

$$a = (s_0, \theta_0, z_0)$$

$$s_0 = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} \quad \theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{-2}{-1}\right) = 4,2487 \text{ rad}$$

$$z_0 = -3$$



Örnek

$$a = (2, \frac{5\pi}{6}, 3) \text{ sinüsler, kosinusler}$$

$$a = (x_0, y_0, z_0)$$

$$x_0 = 5 \cos \phi = 2 \cdot \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$$

$$y_0 = 5 \sin \phi = 2 \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1$$

$$z_0 = 3$$

Örnek $(0, -2, 0)$ kosinusler, sinüsler

$$(x_0, y_0, z_0) = (0, -2, 0)$$

$$r(r_0, \theta_0, \phi_0) = 2$$

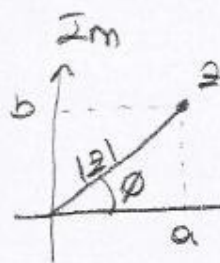
$$r_0 = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{0}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = \left(\frac{-2}{0}\right) = \frac{3\pi}{2}$$

karmaşık sayılar

$$\sqrt{-1} = j \quad j^2 = -1 \quad z = a + bj$$



$$|z| = \text{boyu} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = |z| \cdot \cos \phi$$

$$b = |z| \cdot \sin \phi$$

$$z = |z| \cos \phi + j |z| \sin \phi \quad z = |z| \cdot e^{j\phi}$$

→ Euler methodu.

$$\phi = \arctan \frac{b}{a}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi$$

$$e^{-j\phi} = \cos \phi - j \sin \phi$$

$$(\cos \theta = \cos(-\theta))$$

$$z = a + bj$$

$$z = |z| \cdot \cos \phi + j \sin \phi$$

$$z = |z| \cdot e^{j\phi} \text{ expansionel}$$

$$z = |z| \angle \phi \text{ form}$$

$$2 \cos \phi = e^{j\phi} + e^{-j\phi}$$

$$\cos \phi = \frac{e^{j\phi} + e^{-j\phi}}{2}$$

$$2j \sin \phi = e^{j\phi} - e^{-j\phi}$$

$$\sin \phi = \frac{e^{j\phi} - e^{-j\phi}}{2j}$$

SÖNÜK

$z = 5 + j12$ yi polar gösterimi nedir?

$$|z| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) = 0.374\pi$$

$$z = 13 \angle 0.374\pi$$

SÖNÜK

$z = (3+j) \cdot (1-3j) \cdot (4+3j)$ polar gösterimi nedir?

$$z = (3 \cdot 1 + (3 \cdot (-3j)) + j \cdot 1 + ((-3j) \cdot j)) \cdot (4+3j)$$

$$(3 - 9j + j - 3j^2) (4+3j)$$

$$(6 - 8j) (4+3j) = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 3j + (-8j) \cdot 4 + (-8j) \cdot 3j$$

$$= 24 + (18j - 32j + 24) = 48 - 14j = \sqrt{48^2 + 14^2} \angle \tan^{-1}\left(\frac{-14}{48}\right)$$

SÖNÜK

$$z = (3 \cdot 1 + 3(-3j) + j \cdot 1 - j \cdot 3j) / (4+3j)$$

$$= (3 - 9j + j - 3j^2) / (4+3j)$$

$$z = \frac{6-8j}{4+3j} = z = \frac{(6-8j) \cdot (4-3j)}{(4+3j)(4-3j)} = \frac{6 \cdot 4 + 6(-3j) + (-8j) \cdot 4 + (-8j) \cdot (-3j)}{4 \cdot 4 + 4(-3j) + 3j \cdot 4 + 3j \cdot (-3j)}$$

$$= \frac{24 - 18j - 32j + 24}{25} = \frac{-50j}{25} = -2j \Rightarrow \text{koordinat sistemi de kutupolar çevirsek.}$$

$$|z| = \sqrt{1^2 + 2^2} = 2 \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-2}{0}\right) = -\frac{\pi}{2} \quad z = 2 \angle -90^\circ \text{ veya } 2 \angle -\pi/2$$

TÜREY UYGULAMALARI

dx , x 'in sonsuz küçük değişimi demektir (infinitesimal)

Türey bir fonksiyonun değişiminin sonsuz küçük değişimlere göre aldığı değeri verir.

$f(x)$ = fonksiyon x = değişken (değişkeni)

dx = x 'in sonsuz küçük değişimi

df $\Rightarrow$ f 'in sonsuz küçük değişimi

$\frac{df}{dx}$ $\Rightarrow$ Türey = f fonksiyonunun x 'e göre türevi

x dx kadar değişirse f df kadar değişir. Türev $\frac{df}{dx}$ oranıdır yani $f(x)$ 'in x 'e göre değişimidir.

$f'(x,y) = \frac{df(x,y)}{dx} \hat{x} + \frac{df(x,y)}{dy} \hat{y}$ sonucu hangi yönde değişimin en fazla olduğunu verir.

$dT = \left(\frac{dT}{dx} \right) dx + \left(\frac{dT}{dy} \right) dy + \left(\frac{dT}{dz} \right) dz$ $T(x,y,z)$ = sıcaklık.

$$dC = dx \cdot \hat{x} + dy \cdot \hat{y} + dz \cdot \hat{z}$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{z} \right) \cdot d\vec{l}$$

∇T - gradyan.

$$dT = \left(\frac{dT}{dx} \right) dx + \left(\frac{dT}{dy} \right) dy + \left(\frac{dT}{dz} \right) dz = \left(\frac{dT}{dx} \hat{x} + \frac{dT}{dy} \hat{y} + \frac{dT}{dz} \hat{z} \right) (dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}) = \nabla T \cdot d\vec{r}$$

3 değişkenin hepsinin dx, dy, dz sonsuz küçük de değiştiğinden
T her daim değişir

$$T(x, y, z)$$

$$dT = \nabla T \cdot d\vec{r}$$

gradyan T (mod T) 3 boyutlu
fonksiyon küresi

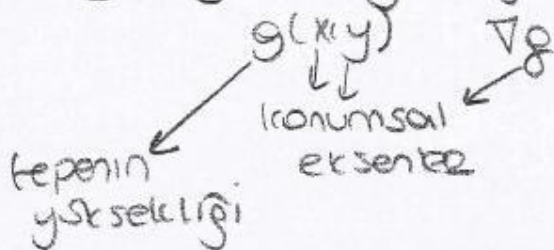
∇T = 3 bileşenli bir vektörel nicelik ve gösterdiği yöne
gösterdiği yöne yönelmiş bir vektördür.

∇T = T'nin gradyanıdır ve T fonksiyonunun en büyük artış
gösterdiği yöne yönelmiş bir vektördür.

$|\nabla T|$ = (T'nin büyüklüğü) en büyük artış yönündeki
eğimi verir. (artış hızı)

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Örnek Bir tepenin yamacına dırndığınızda bütün etraftaki en
dık çıkış yönü gradyanın yönüdür. Bu yöndeki eğimde
gradyanın büyüklüğüdür.



$|\nabla g|$ = en dık çıkışın eğimini
verir.

* ∇ 'in 0 olduğu yer tepe noktası, çukur noktası, baskın noktası



$$a) \nabla h = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \hat{x} + \frac{\partial h}{\partial y} \cdot \hat{y} + \frac{\partial h}{\partial z} \cdot \hat{z}$$

$$= 10(2y - 6x - 18) \cdot \hat{x} + 10(2x - 8y + 28) \cdot \hat{y}$$

$\nabla h = 0$ nokta zikve noktası

$$2y - 6x - 18 = 0$$

$$2x - 8y + 28 = 0$$

$$y - 3x - 9 = 0$$

$$x - 4y + 14 = 0$$

$$4y - 12x = 36$$

$$x - 4y = -14$$

$$-11x = 22$$

$$x = -2$$

$$y = 3$$

zikvenin
bulundugu
nokta.

b) zikve yiksekliđi nedir?

tepe fonksiyonu $x = -2$ $y = 3$ yerleştirir.

$h(x, y) \rightarrow h(-2, 3)$ bulunur.

$$c) \nabla h(1, 1) = -220\hat{x} + 220\hat{y}$$

$$\sqrt{(-220)^2 + (220)^2}$$

$f(x,y)$ x_0, y_0 sabit koordinat değerleri

$\nabla f = 0$, tepe, çukuk ya da büküm noktası x_0, y_0 dir

$\nabla f(x_0, y_0) = x_0, y_0$ noktasındaki en dik eğimi

$\nabla f \rightarrow$ en büyük artışın olduğu vektör

$\hat{\nabla} f \Rightarrow$ " " " " " " in yönündeki birim vektör

$|\nabla f| \rightarrow$ " " " " " " in büyüklüğü

$f(x_0, y_0)$ fonksiyonunun x_0, y_0 daki değeri

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial T}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial T}{\partial z} \hat{z} \quad \frac{d}{dt} f$$

$\hookrightarrow$ del operatörü

$$\nabla T = \left(\hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) T$$

Bir operatör.

$\hookrightarrow$ T'nin değeri.

$$\nabla = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}$$

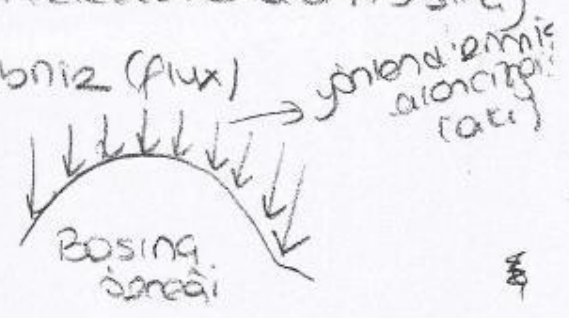
del alınmış anlamda bir vektör değildir. Üzerine etki edeceği bir fonksiyonu sağlanarak del'in belli bir anıyı yokluk T'yi cevaplarına gelen fonksiyonun türünü alan operatördür.

∇T 'T' üzerine etki eden vektör işlenidir.

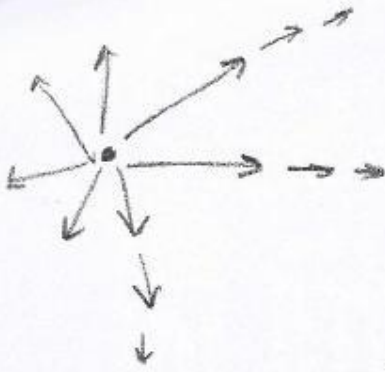
* Gradyan skaler bir alanın türünü ifade eder.

Vektörel bir alanın türünü nasıl hesaplarız. (elektron alan / basınç)

* Yönelendirilmiş alan çizgilerine atı dereriz (flux)



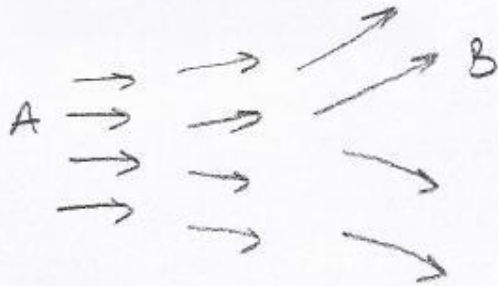
*Yönlendirilmiş alan çizgeleri gösteriminde akışın yönü, alanın yönü, ve alanın büyüklüğünde akının büyüklüğünü verir.



Radial alan, bir kaynak var kaynağa yakın yerde olan güçlü kaynağın uzaklaştıkça alan zayıflar



ünifor(esit) alan



Alan A bölgesinde Bye göre daha kuvvetli eşit kuvvetindedir. aynı yöne yönelmiştir. Bide farklı yönlerle yönelmiştir.



Aynı yönde fakat oranın birazdan vardır.

*Vektörel normal bir yüzeyden geçen akı değeri alanın toplamı vektörel bir alanın gücünü verir.

*Bir vektörel alandaki akı suyun akışına benzer bir dikkatle gösterir. kapalı bir yüzey bir hacim oluşturur ve bu hacimden geçen toplam akı sıfır olabilir, pozitif bir değer olabilir, ya da negatif bir değer olabilir.

eğer bu kapalı yüzeyin içinde bir kaynak ya da güç varsa alan sıfır değil 0 den farklıdır.

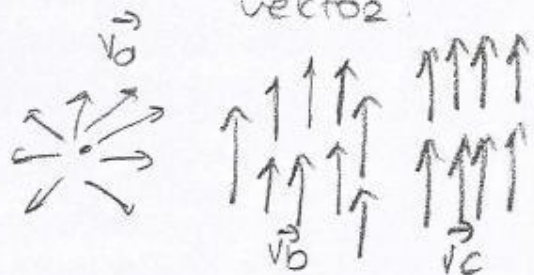
Diverjans (Divergence)

Biz vektörün dışı doğru olarak etkisini bir ölçüsüzüz

$$\nabla \cdot \vec{V} = \left(\hat{x} \frac{d}{dx} + \hat{y} \frac{d}{dy} + \hat{z} \frac{d}{dz} \right) \cdot (v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z})$$

$$= \frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_y}{dy} + \frac{dv_z}{dz}$$

skaler



Örnekle

$$\vec{V}_a = \vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\vec{V}_b = \hat{z}$$

$$\vec{V}_c = z\hat{z}$$

Diverjanslarını hesaplayınız.

$$\nabla \cdot \vec{r} = \frac{dv_x}{dx} + \frac{dv_y}{dy} + \frac{dv_z}{dz}$$

$$\nabla \cdot \vec{V}_a = \frac{d}{dx}(x) + \frac{d}{dy}(y) + \frac{d}{dz}(z)$$

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\nabla \cdot \vec{V}_b = \frac{d}{dx}(0) + \frac{d}{dy}(0) + \frac{d}{dz}(1) = 0 + 0 + 0 = 0$$

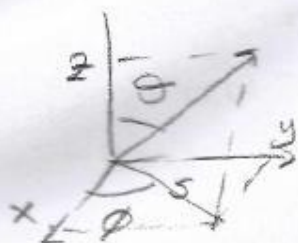
$$\nabla \cdot \vec{V}_c = \frac{d}{dx}(0) + \frac{d}{dz}(0) + \frac{d}{dz}(z) = 0 + 0 + 1 = 1$$

Diverjans kavramı bir alanın etkisini belirtir. alanın büyüklüğü ve yönü etkisiyle birlikte.

$\hat{A}$ vektör alanının diverjansı $\text{div } \hat{A}$ ya da $\nabla \cdot \hat{A}$ şeklinde ifade edilir ve bizim hacimden çıkan net akışı belirtir. Burada hacim belirli nokta için sifir olur.

$$\text{div } \hat{A} = \nabla \cdot \hat{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \hat{A} \cdot d\vec{s}}{\Delta V}$$

$\oint \hat{A} \cdot d\vec{s} \Rightarrow$ hacim dışından bir yüzeyinden çıkan net akışı belirtir.



$$x = s \cos \phi$$

$$y = s \sin \phi$$

$$z = z$$

$$x = r \sin \theta \cos \phi$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi$$

$$z = r \cos \theta$$

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$f(r, \phi, \theta) = r$$

$$= \sqrt{r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi + r^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi + r^2 \cos^2 \theta}$$

$$= \sqrt{r^2 \sin^2 \theta (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) + r^2 \cos^2 \theta}$$

$$f(r, \phi, \theta) = \sqrt{r^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)} = r$$

↳ kugelsche Koordinaten

$$d\hat{e} = dx \cdot \hat{x} + dy \cdot \hat{y} + dz \cdot \hat{z}$$

$$d\hat{e} = ds \cdot \hat{s} + s \cdot d\phi \cdot \hat{\phi} + dz \cdot \hat{z}$$