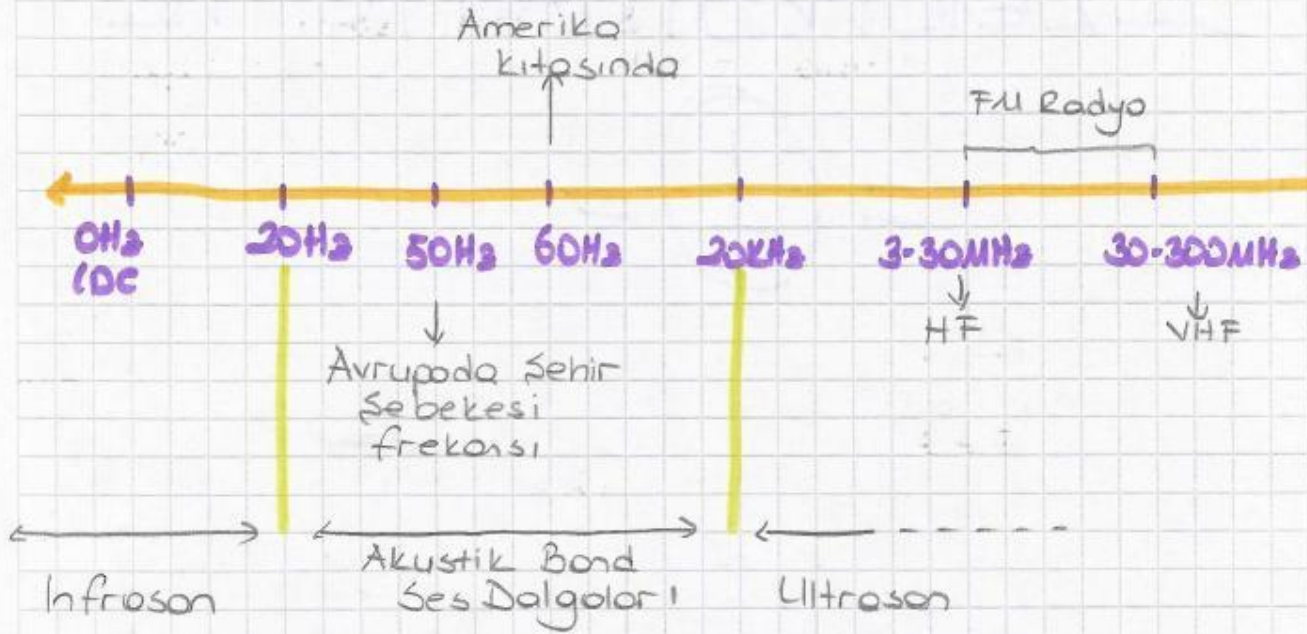


ELEKTROMANYETİK

$$= \textcircled{\perp} =$$

ELEKTROMANYETİK



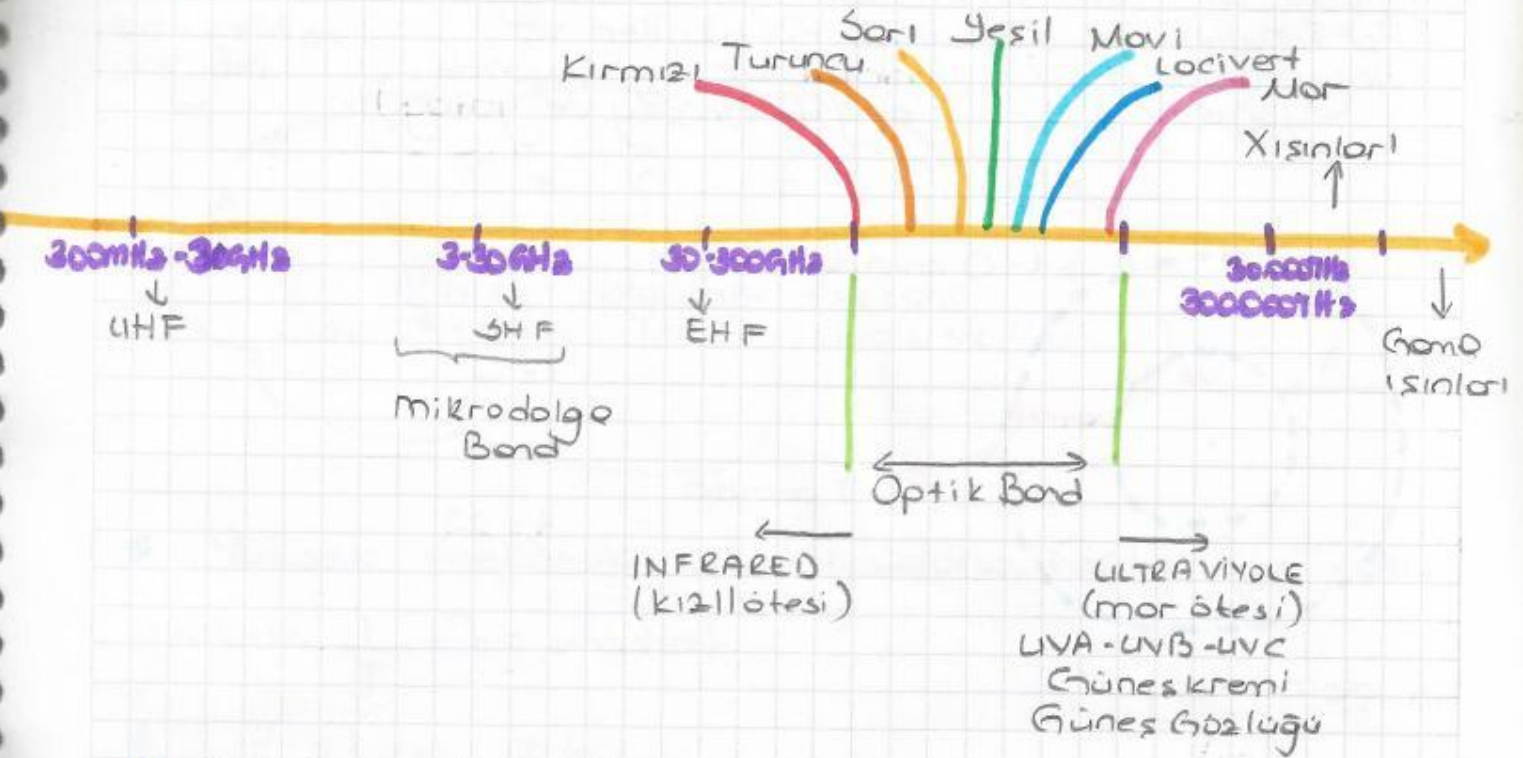
- ✦ $440\text{Hz} \rightarrow$ LA Sesi (ses kolinlastıkca frekans büyür)
- ✦ INFRASON $\rightarrow$ İş makineleri, Fabrika Bacaları
- ✦ ULTRASON $\rightarrow 20\text{kHz} - 100\text{kHz}$
- ✦ 3kHz 'den sonraki dalgalar telekomünikasyon amaçlı kullanılır.

$3\text{kHz} - 30\text{kHz} \rightarrow \text{VLF}$

$30\text{kHz} - 300\text{kHz} \rightarrow \text{LF}$

$300\text{kHz} - 3\text{MHz} \rightarrow \text{MF}$

SPEKTRUM



- 88 MHz - 108 MHz → FM radyo

GSM İÇİN;

900 MHz → N tane baz istasyonu → M tane kullanıcıya hizmet

1800 MHz → $N/\sqrt{3}$ tane baz istasyonu → 2M tane kullanıcıya hizmet

YATIRIM MALİYETİ
(sabit ücret)

HİZMET MALİYETİ
(hizmet ücreti)

- 1.57 GHz : GPS
- 836-881 MHz → Turkcell-Telsim GSM I
- ~ 1.8 GHz → Avea GSM II
- 2.4 GHz → Wireless Modem
- 2.45 GHz → Mikrodalga Fırın

DALGALAR

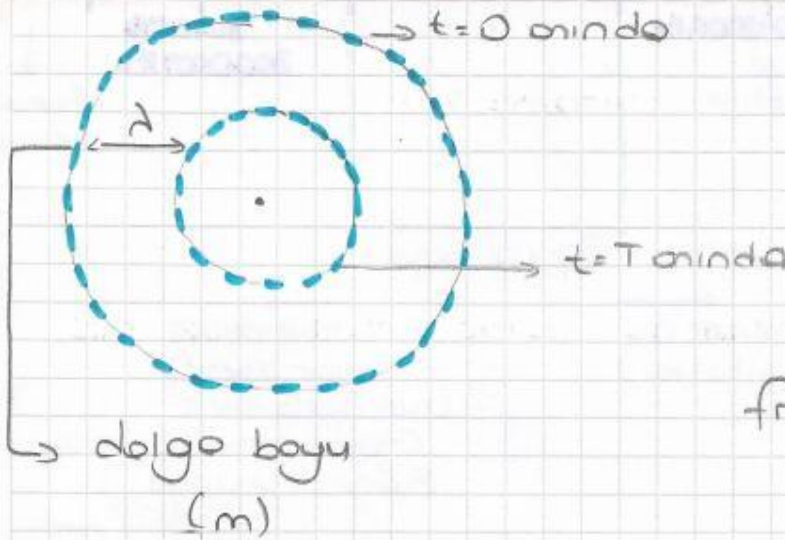
LATERAL

(Partiküller ve dalgalar aynı yönde)

TRANSVERS

(Partiküller ve dalgalar aynı yönde değil. Düşey ve yatay)

⇒ Meksiko dalgası



t=0

t=T

t=2T

$$\text{frekans} = f = \frac{1}{T}$$

$$\lambda = v_d \cdot T$$

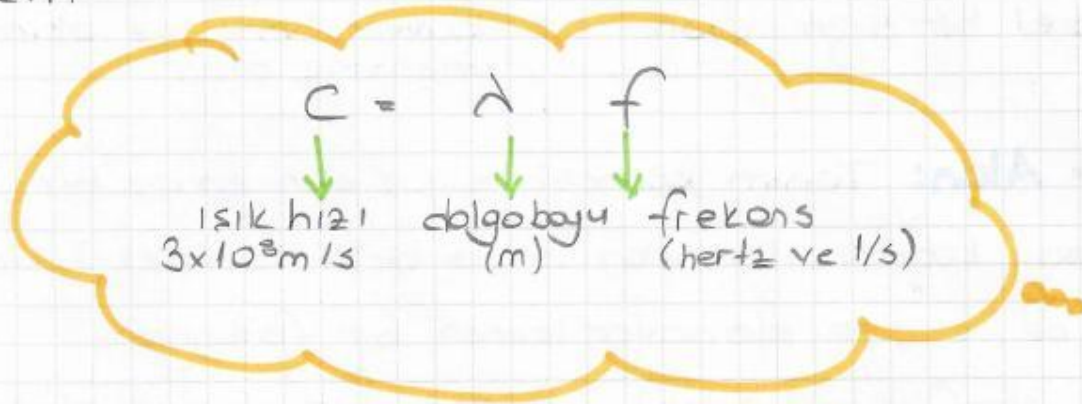
dolgo boyu (m) dolgaın yayılma hızı (m/s) periyot (s)

$$= \lambda = \frac{v_d}{f}$$

Tüm dalgalar için geçerli !

• Elektromanyetik dalgalar için boşlukta ya da atmosferde $v_d = c$

• Elektromanyetik dalgalar ışık hızı ile yayıldığı için



• Yüksek frekansa çıkmak daha fazla bilgi taşımaktır.

• Frekans artarsa;

- | | |
|-----------------------------------|----------------------|
| 😊 - dalga boyu azalır | $\lambda \downarrow$ |
| 😊 - anten boyutu küçülür | $D \downarrow$ |
| 😊 - bilgi taşıma kapasitesi artar | $BW \uparrow$ |
| ? - enerji artar | $E \uparrow$ |
| 😞 - menzil düşer | $R \downarrow$ |

• VEKTÖR ANALİZİ •

Özellikler

Skaler bir değer: Sıddet

Vektörel bir değer: Yön

Örnek

Sıcaklık (voltoaj, yük yoğunluğu)

Kuvvet, ivme, hız, akım yoğun, elektrik alan

Skaler Alan: Tanım kümesi x, y, z 'den en az biri olan (uzay koordinatlarından en az birini içerecek), değer kümesi de skaler elemanlar içeren bir fonksiyon.

Bu sınıf içerisindeki sıcaklık bir skaler alandır. Sınıftaki bir noktadaki bir sıcaklıktan bahsedilebilir.

Vektörel Alan: Tanım kümesi x, y, z 'den en az biri olan, değer kümesi de vektörel elemanlar içeren bir fonksiyondur.

Odanın içerisindeki yer çekimi, odanın içerisindeki rüzgar.

NOTASYON

Kitaplarda

Vektörler ve vektörel alanlar

$\vec{A}$

Skalerler ve skaler alanlar

A

Birim vektörler

$\hat{a}$

El Yazısıyla

$\vec{A}$

A

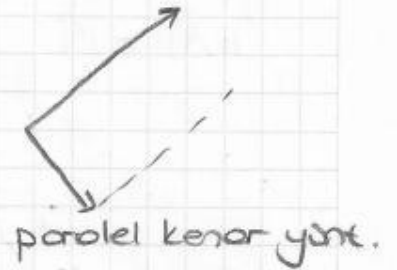
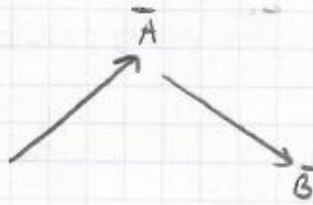
$\hat{a}$

$$\vec{A} = \hat{a}_A A$$

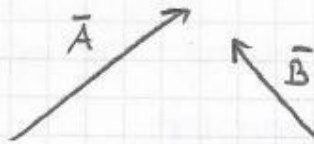
$$A = \|\vec{A}\|$$

• VEKTÖR İŞLEMLERİ:

1. TOPLAMA:



2. ÇIKARMA:



3. BİR VEKTÖRÜN SKALER İLE ÇARPIMI

$$\begin{array}{ccccc} \vec{B} & = & k & \vec{A} \\ \text{vektör} & & \downarrow & & \text{vektör} \\ & & \text{skaler} & & \end{array}$$

Bir skalerle bir vektör çarpılırken arasına • çarpım konulmaz.

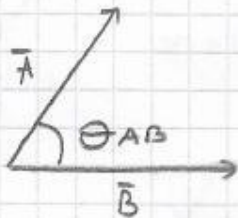
4. İKİ VEKTÖRÜN SKALER ÇARPIMI

$$\begin{array}{ccc} \vec{A} \cdot \vec{B} = C \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \text{vektör} \quad \text{vektör} \quad \text{skaler} \end{array}$$

$$||\vec{A}|| = A$$

$$||\vec{B}|| = B$$

$$C = \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cos \theta_{AB}$$



$\vec{A}$ ve $\vec{B}$ arasındaki 180° 'den küçük olan açı

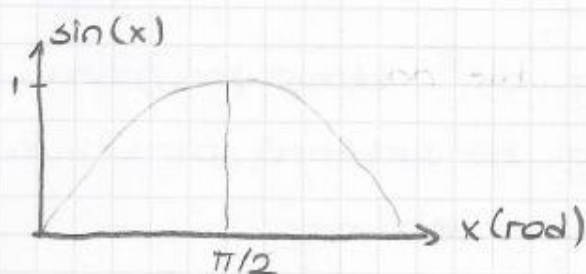
✳ Skaler çarpım bize iki vektörün ne kadar çok sık olduğunu bulmak için tanımlanmıştır.

5) İKİ VEKTÖRÜN VEKTÖREL ÇARPIMI

$$\begin{array}{ccc} \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ \text{vektör} \quad \text{vektör} \quad \text{vektör} \end{array}$$

$$\vec{C} = \hat{a}_{\perp AB} AB \sin \theta_{AB}$$

* Vektörel çarpımın fiziksel anlamı; iki vektörün birbirine ne kadar dik olduğunu gösterir.



• $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$

• $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$

• $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$

• $\vec{A} \times \vec{A} = 0$

$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} \Rightarrow$ Yanlış notasyon çünkü iki vektörün arasında birşey olması lazım

$(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} \Rightarrow$ Sonuç skaler

$(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} \Rightarrow$ Sonuç vektörel

$[(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} - (\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}] \Rightarrow$ Skalerden vektörü çıkarırsın

* Vektörlerin bölünebilmesi söz konusu değildir.

$$c = a \cdot b$$

↓
bu koşulu
sağlayan tek b
sayısı var

$$b = \frac{c}{a} = c(\vec{a}') \quad \vec{a}(\vec{a}') = 1$$

$$b = A \cos \theta_{AC}$$

bu koşulu sağlayan
bir sürü vektör
olabilir.

ORTOGONAL KOORDINAT SİSTEMLERİ

Koordinat Sistemi Tanımlamada İki Temel Amaç:

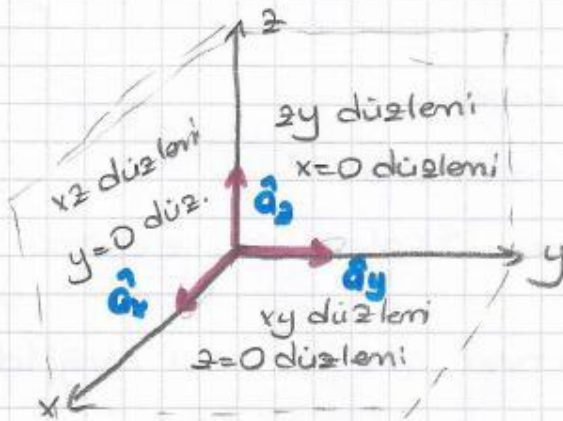
- 1) Uzaydaki herhangi bir noktanın konumunu ifade edebilmek.
- 2) Uzaydaki herhangi bir vektörü, bir takım birim vektörler cinsinden ifade edebilmek.

(Söz konusu birim vektörlerin sayısını en aza indirmek için birim vektörlerin dik seçilmesi gerekir.)

Ortogonal Koordinat Sistemi: Amaç uzayda birbirine dik kesilen 3 tane düzlem bulmak (noktada kesişiyor)

KARTEZYEN KOORDINAT SİSTEMİ

Adını Descartes'den almıştır.



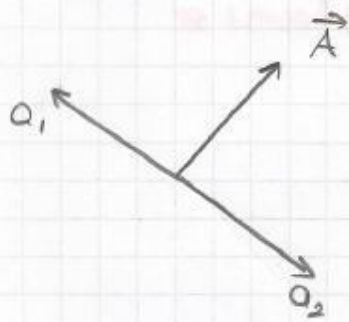
* Birim vektörler de birbirine diktir.

Uzaydaki herhangi (x_0, y_0, z_0) noktası

- (i) $x=x_0$ düzlemi,
 - (ii) $y=y_0$ düzlemi; ve
 - (iii) $z=z_0$ düzleminin
- kesişim kümesidir.

} Üç düzlemin kesişim kümelerinin "bir nokta" olmasının sebebi; Üç düzlemin birbirine dik olmasıdır.

"ORTOGONALİTE"



$\hat{a}_1$ ve $\hat{a}_2$ öyle seçilmeli ki;
herhangi bir $\vec{A}$ vektörünün en az
biri üzerinde 1's düşümü olsun

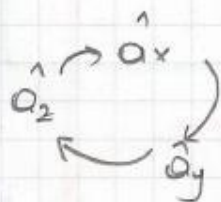
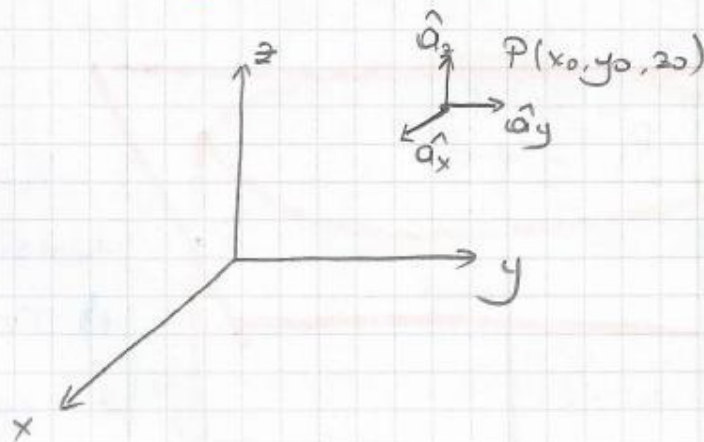


Bu koşul ancak $\hat{a}_1$ ve $\hat{a}_2$ vektör-
lerinin birbirine dik olması duru-
munda sağlanabilir.



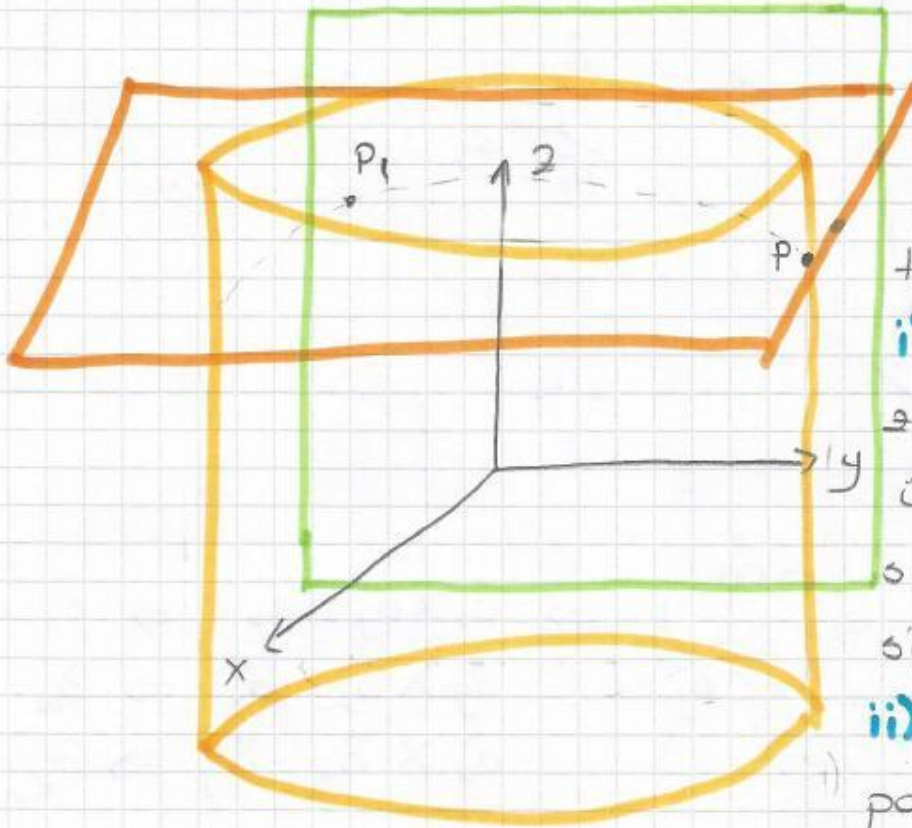
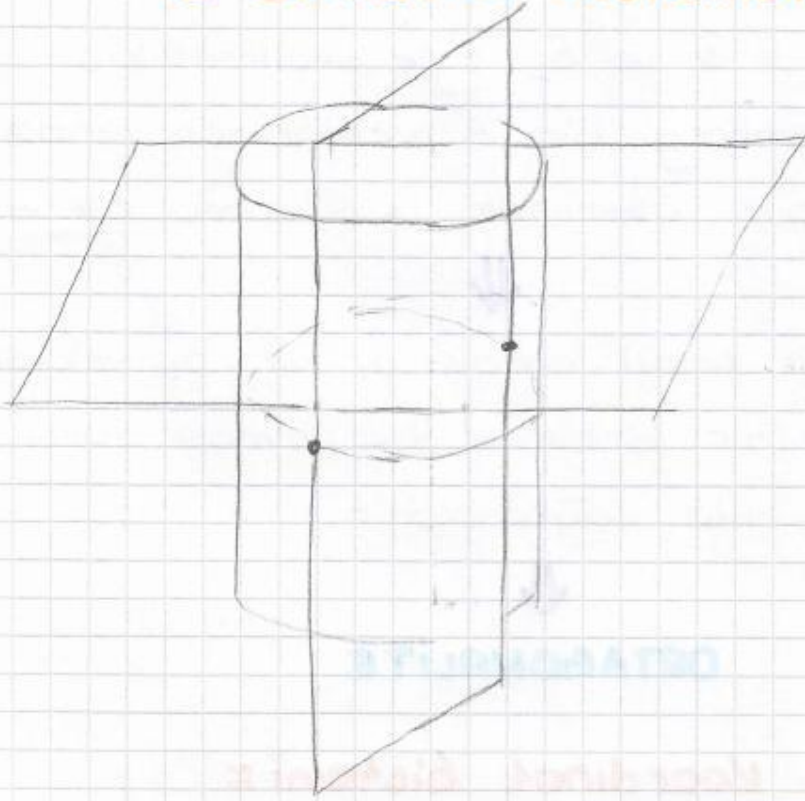
ORTAGONALITE

= Kartezyen Koordinat Sistemi =



$$\begin{aligned} \Rightarrow \hat{a}_x \times \hat{a}_y &= \hat{a}_z \Rightarrow \hat{a}_x \cdot \hat{a}_y = 0 \\ \hat{a}_y \times \hat{a}_z &= \hat{a}_x \Rightarrow \hat{a}_y \cdot \hat{a}_z = 0 \\ \hat{a}_z \times \hat{a}_x &= \hat{a}_y \Rightarrow \hat{a}_z \cdot \hat{a}_x = 0 \end{aligned}$$

■ Silindirik Koordinat Sistemi ■

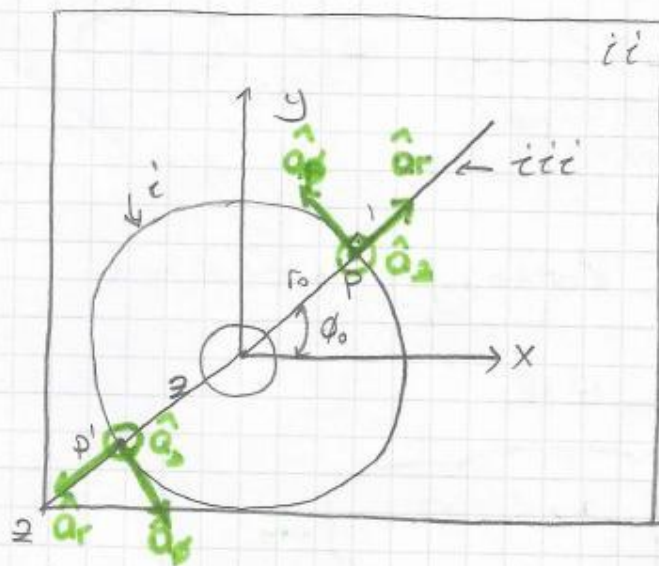


P noktasını
temsil etmek için

i) Merkez eksenini
z eksenini olan ve
üzerinde P noktasının
bulunduğu
silindir.

ii) xy düzlemine
paralel olan ve
üzerinde P noktasının
bulunduğu düzlem

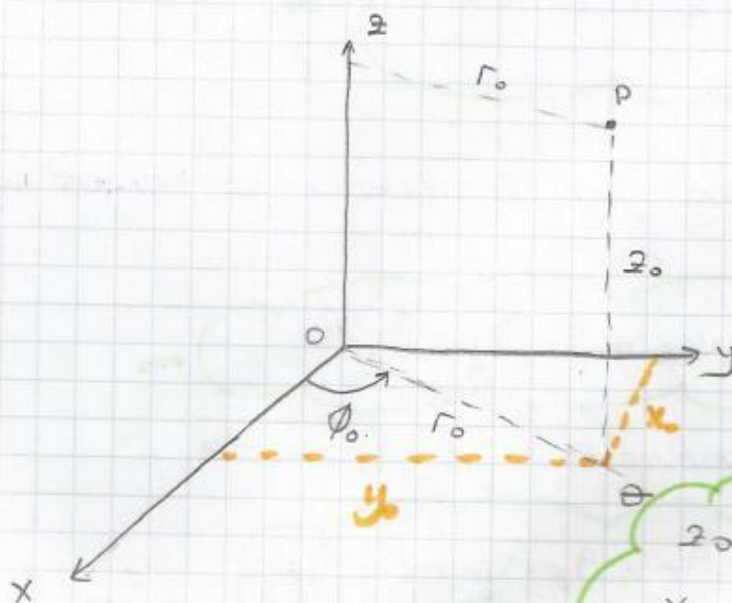
Üstten görünüm:



$P(x_0, y_0, z_0) \rightarrow$ kartezyen koordinat

$P(r_0, \phi_0, z_0) \rightarrow$ silindirik koordinat

$P'(r_0, \phi_0 + \pi, z_0) \rightarrow$ silindirik koordinat



$$z_0 = z_0$$

$$x_0 = r_0 \cos \phi_0$$

$$y_0 = r_0 \sin \phi_0$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow \hat{a}_r \times \hat{a}_\phi &= \hat{a}_z \\
 \hat{a}_z \times \hat{a}_\phi &= \hat{a}_r \checkmark \\
 \hat{a}_r \times \hat{a}_z &= \hat{a}_\phi \checkmark
 \end{aligned}
 \Rightarrow
 \begin{aligned}
 \hat{a}_r \cdot \hat{a}_\phi &= 0 \\
 \hat{a}_z \cdot \hat{a}_\phi &= 0 \\
 \hat{a}_r \cdot \hat{a}_z &= 0
 \end{aligned}$$

$\hat{a}_r \propto \frac{\partial}{\partial r}, \hat{a}_\phi \propto \frac{\partial}{\partial \phi}, \hat{a}_z \propto \frac{\partial}{\partial z}$

✚✚✚ $P(x_0, y_0, z_0) \rightarrow$ Kartezyen koordinat

$$x_0, y_0, z_0 \in \mathbb{R}$$

$$-\infty \leq x_0, y_0, z_0 < +\infty$$

✚✚✚ $P(r_0, \phi_0, z_0) \rightarrow$ Silindirik koordinat

$$r_0, \phi_0, z_0 \in \mathbb{R}$$

$$0 \leq r_0 < \infty$$

$$0 \leq \phi_0 \leq 2\pi$$

$$-\infty \leq z_0 \leq +\infty$$

Ulaoydoki harhangi bir $\vec{A}$ vektorü kartezyen koordinat sisteminde

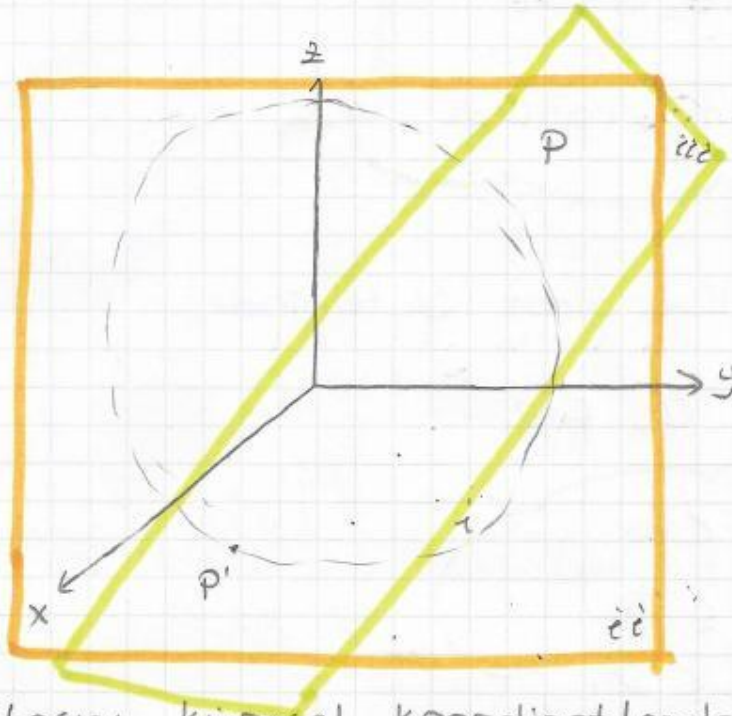
$$\vec{A} = \hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z$$

Silindirik koordinat sisteminde de

$$\vec{A} = \hat{a}_r A_r + \hat{a}_\phi A_\phi + \hat{a}_z A_z$$

shklinde ifode edilebilir.

= Küresel Koordinat Sistemi =

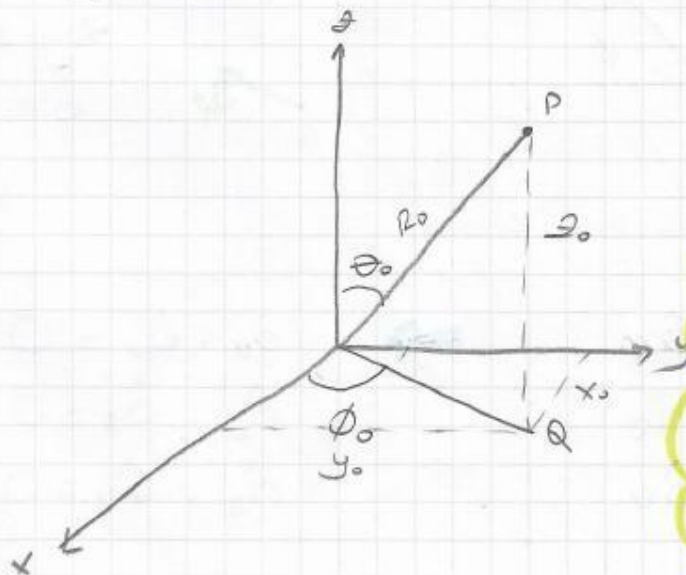


P noktasını, küresel koordinatlarda ifade edebilmek için

i) Merkezi orijin olan ve P noktasının üzerinde bulunduğu bir küre

ii) z eksenini kesen ve P noktasının üzerinde bulunduğu bir düzlem

iii) Orijinden ve P noktasından geçen bir düzlem



$$P(R_0, \theta_0, \phi_0)$$

$$x_0 = R_0 \cos \phi_0$$

$$y_0 = R_0 \sin \phi_0$$

$$z_0 = R_0 \cos \theta_0$$

$$r_0 = R_0 \sin \theta_0$$

$$x_0 = R_0 \sin \Theta_0 \cos \Phi_0$$

$$y_0 = R_0 \sin \Theta_0 \sin \Phi_0$$

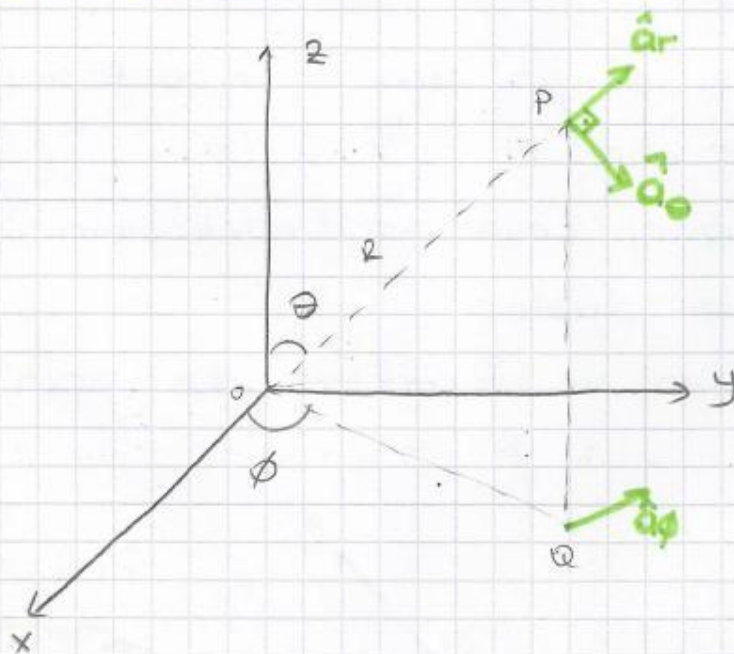
Küresel Koordinat Sisteminde

$$R_0, \Theta_0, \Phi_0 \in \mathbb{R}$$

$$0 \leq R_0 < \infty$$

$$0 \leq \Theta_0 \leq \pi$$

$$0 \leq \Phi_0 \leq 2\pi$$



* x-y düzleminde
bir noktanın
 $\Theta = \pi/2$ 'dir.

* y-z düzleminde
bir noktanın
 $\Phi = \pi/2$ 'dir.



$$\hat{a}_r \times \hat{a}_\theta = \hat{a}_\phi$$

$$\hat{a}_\theta \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_r$$

$$\hat{a}_r \times \hat{a}_\phi = \hat{a}_\theta$$



$$\hat{a}_r \cdot \hat{a}_\theta = 0$$

$$\hat{a}_\theta \cdot \hat{a}_\phi = 0$$

$$\hat{a}_r \cdot \hat{a}_\phi = 0$$

Uzaydaki her $\vec{A}$ vektörü

$$\vec{A} = \hat{a}_r A_r + \hat{a}_\theta A_\theta + \hat{a}_\phi A_\phi$$

şeklinde ifade edilebilir.

KARTEZYEN KORDİNATLARDA VEKTÖR İŞLEMLERİNİN FORMULASYONU

$$\vec{A} = \hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z$$

$$\vec{B} = \hat{a}_x B_x + \hat{a}_y B_y + \hat{a}_z B_z$$

1) İki vektörün toplanması:

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} = \hat{a}_x (A_x + B_x) + \hat{a}_y (A_y + B_y) + \hat{a}_z (A_z + B_z)$$

2) İki vektörün çıkarılması:

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = \hat{a}_x (A_x - B_x) + \hat{a}_y (A_y - B_y) + \hat{a}_z (A_z - B_z)$$

3) Bir vektörün çarpılması (bir skaler ile)

$$\vec{E} = k \cdot \vec{A} = \hat{a}_x (k A_x) + \hat{a}_y (k A_y) + \hat{a}_z (k A_z)$$

4) iki vektör arasındaki skaler çarpım:

$$f = \vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

5) iki vektör arasındaki vektörel çarpım:

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (\hat{a}_x A_x + \hat{a}_y A_y + \hat{a}_z A_z) \times (\hat{a}_x B_x + \hat{a}_y B_y + \hat{a}_z B_z)$$

$$= \hat{a}_z A_x B_y + (-\hat{a}_y) A_x B_z + (-\hat{a}_z) A_y B_x + (\hat{a}_x) A_y B_z$$

$$+ (\hat{a}_y) A_z B_x + (-\hat{a}_x) A_z B_y$$

$$= \hat{a}_x (A_y B_z - A_z B_y) + \hat{a}_y (A_z B_x - A_x B_z) + \hat{a}_z (A_x B_y - A_y B_x)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

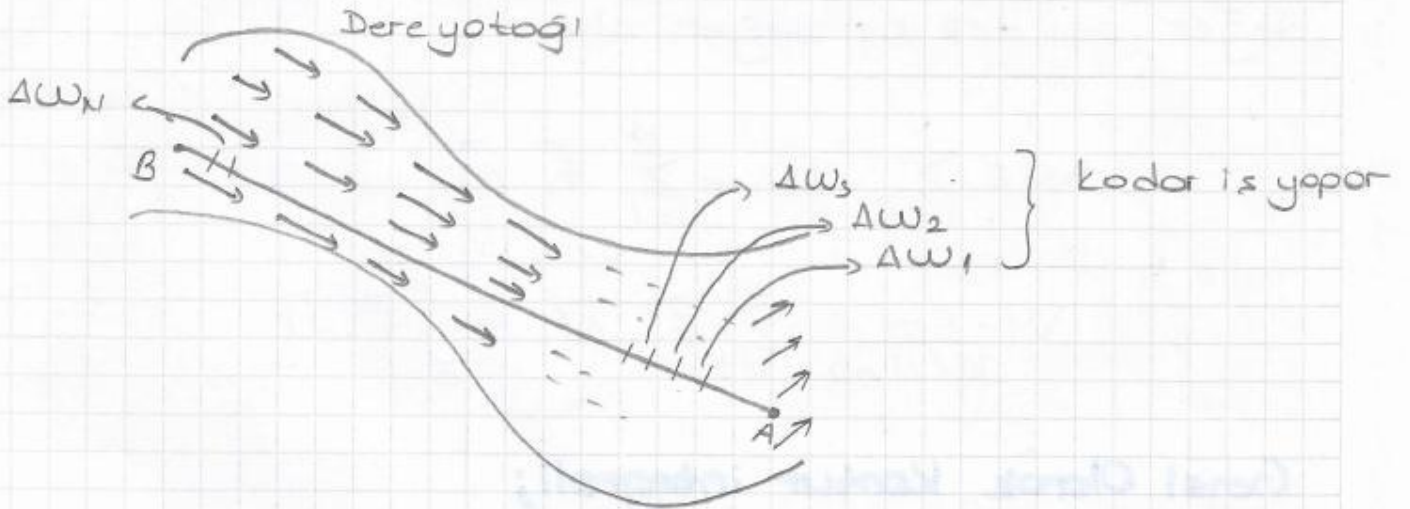
$$*** \vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$

GİZGİ (KONTUR), YÜZEY (ALAN) VE HACİM İNTEGRALLERİ

Skaler Alan: Uzaysal koordinatlara (x, y, z) bağımlı olan ve skaler değerler alan fonksiyonlar

Vektörel Alan: Uzaysal koordinatlara (x, y, z) bağımlı olan ve vektörel değerler alan fonksiyonlar

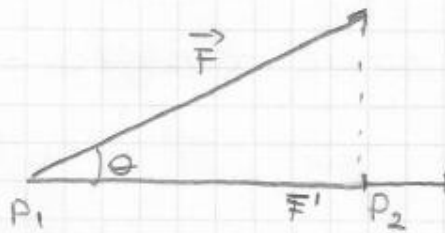
GİZGİ İNTEGRALI



Kayıkcinin A'dan B'ye giderken yoptığı iş yaklaşık olarak

$$W \approx \sum_{i=1}^n \Delta W_i$$

Küçük uzaklığın büyütülmüş hali;



★ $\theta = 0$ iken $\cos \theta = 1$ olarak yopmok gerekir.

★ $\theta = \pi/2$ iken $\cos \theta = 0$ olarak yopmok gerekmez.

P_1 ve P_2 arasındaki mesafe Δl olsun

(Siddeti Δl kadar yönü P_1 'den P_2 'ye olan bir vektör)

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \vec{\Delta l}$$

skaler vektör vektör

$\Rightarrow$ P_1 'den P_2 'ye ulaşmak için yapılan iş.

- * Küçük parçalara bölmesinin nedeni kuvvet tek bir değer, oal tek bir değer olur.

$$W \approx \sum_{i=1}^N \Delta W_i = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \vec{\Delta l}_i$$

$$W = \lim_{|\Delta l_i| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \vec{\Delta l}_i = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

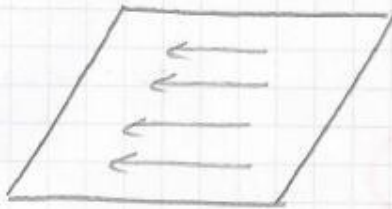
Genel Olarak Kontur integrali;

$$B = \int \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

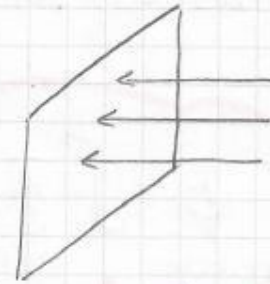
skaler vektörel olan vektör

- * Kontur integralinde sonuç mutlaka skaler çıkar.

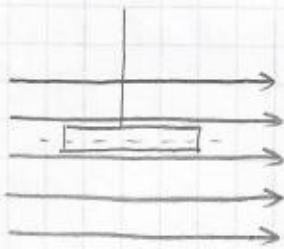
Akı: Bir vektörel fonksiyonun bir yüzeyi ne kadar delip geçtiğine dair skaler bir değer



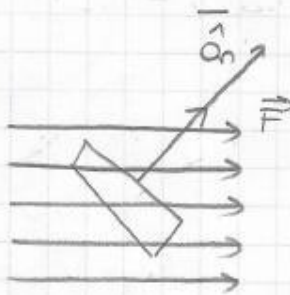
Gerçeyle vektör paralel
hiç vektör geçmez.



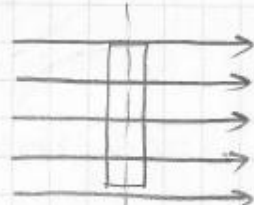
Gerçeyle vektör dik
Mox. vektör geçer. Mox
akı olur.



- Akı 0
(Sinüs 0 olduğundan
0 oldu)

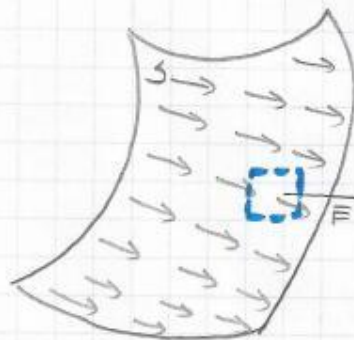


- File $\hat{n}$ arasında-
ki açının cosinüsü



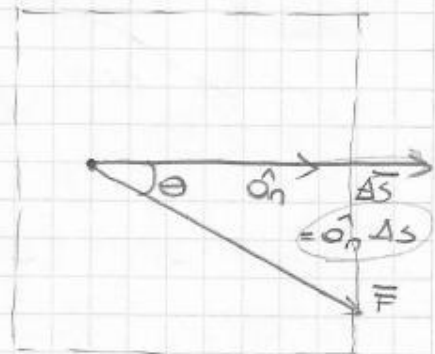
- Akı Mox.

YÜZEY (ALAN) İNTEGRALLERİ



büyütülmüş hali

$\Rightarrow$ yüzeye dik vektör



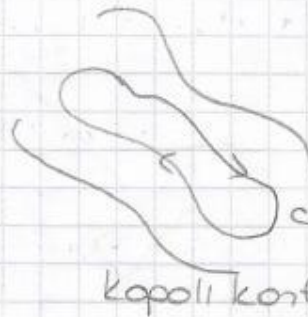
$$\Delta \Phi = \underbrace{\vec{F} \cdot \hat{n}}_{AS} \cdot \Delta S$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \Delta \Phi_i = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i$$

$$\Phi = \lim_{|\Delta \vec{s}| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i = \int_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

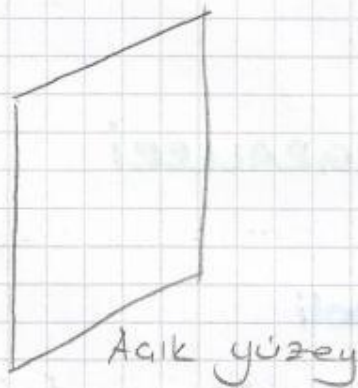
$$\underbrace{\Phi}_{\text{skalar}} = \int \underbrace{\vec{A}}_{\text{vektor}} \cdot \underbrace{d\vec{s}}_{\text{vektor}}$$

*



$$= \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \text{ şeklinde gösterilir.}$$

*

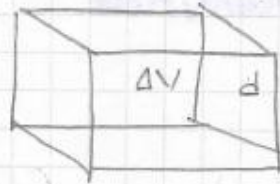
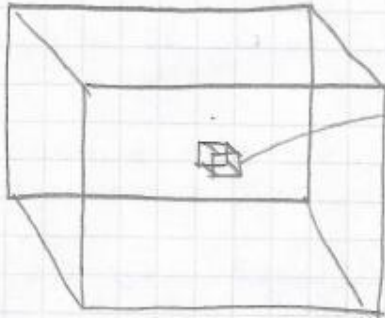


Küp küre gibi yüzeyler
kapalı yüzeylerdir.

(Bir hacmi çevreleyen bir olan)

$$= \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s}$$

HACIM İNTEGRALI



$$\Delta m = d \cdot \Delta V$$

$$m \approx \sum_{i=1}^N \Delta m_i = \sum_{i=1}^N d_i \Delta V_i$$

$$m = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N d_i \Delta V_i = \int d \cdot dV$$

Diagram illustrating the scalar triple product:

$$\rho = \int_V f \, dV$$

Labels: ρ (skaler), f (skaler), dV (normal carpma), V (skaler).

GRADYANT, DIVERJANS ve BÜKLE OPERATÖRLERİ

(İroksama) (dönell) (curl)

Gradyant: Skaler bir fonksiyonun hangi yönde değişim gösterdiğini gösteren ölçüt

(Sıcaklık genelde xy düzleminde değil z yönünde değişiyor. Sıcaklık yukarı doğru hareket eder. x ve y yönünde gradyanti 0)

Skaler bir fonksiyonun gradyenti: Söz konusu fonksiyonun değişim yönünü belirten vektörel bir fonksiyon.

$\vec{\nabla}$: del, delta veya Nabla operatörü

Kartezyen Koordinat Sisteminde: $\vec{\nabla} = \left(\hat{o}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{o}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{o}_z \frac{\partial}{\partial z} \right)$

($\hookrightarrow$ x'e göre türev alır, $\hat{o}_x$ yönünde bir vektör oluşturur.)

$$\vec{\nabla} f(x, y, z) = \hat{o}_x \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} + \hat{o}_y \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} + \hat{o}_z \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z}$$

✱ $f_1(x, y, z) = 3x + 4y + 5z$

$$\nabla f_1(x, y, z) = \hat{o}_x 3 + \hat{o}_y 4 + \hat{o}_z 5 \Rightarrow \text{sabit bir vektör çıktı}$$

✱ $f_2(x, y, z) = 3x^2 + 4y + 5z^2$

$$\nabla f_2(x, y, z) = \hat{o}_x 6x + \hat{o}_y 4 + \hat{o}_z 10z$$

✱ Bir şeyin türevini alıyorsak onu türevi alınan şeye bölmektir (birim için)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \begin{matrix} \nearrow m \\ \searrow s \end{matrix}$$

✱ $\vec{\nabla}$ 'nin birimi $\frac{1}{m}$ 'dir.

bir fonksiyonun gradyontını alıyorsak onun birimini m'ye bölüyoruz.

GRADYANT, DIVERJANS VE BÜKLE OPERATÖRLERİ

$\vec{\nabla}$: Del, Delta veya Nabla Operatörü (Vektörel)

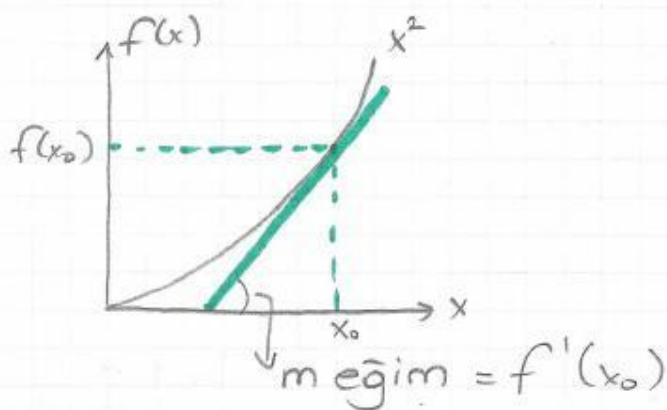
Kartezyen Koordinatlarda: $\vec{\nabla} = \left(a_x \frac{\partial}{\partial x} + a_y \frac{\partial}{\partial y} + a_z \frac{\partial}{\partial z} \right)$

Gradyant: Skaler bir fonksiyonun değişim yönünü gösteren vektörel bir fonksiyondur.

$$\vec{B}(x,y,z) = \vec{\nabla} f(x,y,z) = \hat{a}_x \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z}$$

vektörel fonksiyon $\downarrow$ vektörel skaler operatör fonksiyon

Örnek: $f(x) = x^2$



$$\left. \vec{\nabla} f(x) \right|_{x_0} = a_x \frac{df}{dx} \Big|_{x=x_0} = \hat{a}_x f'(x_0) = \hat{a}_x m = \hat{a}_x 2x_0$$

Diverjans: Vektörel bir fonksiyonun her bir bileşeninin o yöndeki değişimini gösteren skaler bir fonksiyondur.

$$\bar{A}(x,y,z) = \hat{a}_x A_x(x,y,z) + \hat{a}_y A_y(x,y,z) + \hat{a}_z A_z(x,y,z)$$

vektörel fonksiyon

skaler fonksiyonlar

$$g(x,y,z) = \bar{\nabla} \cdot \bar{A}(x,y,z) = \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial x} + \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial z}$$

Örnek: $\bar{A}(x,y,z) = \hat{a}_x (3x+4y+5z) + \hat{a}_y (5e^x+3y^2+z^3) + \hat{a}_z (xyz+e^{xy})$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{A}(x,y,z) = 3 + 6y + xy$$

Bukle: Vektörel bir fonksiyonun ne "döngüsel" değişim yaptığını ifade eden vektörel bir fonksiyondur.



$$\underline{\bar{B}(x,y,z)} = \underline{\bar{\nabla}} \times \underline{\bar{B}(x,y,z)}$$

vektörel
fonk

vektörel
fonk

vektörel
fonk

$$= 0 + \hat{o}_z \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial x} + (-\hat{o}_y) \frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial x} + (-\hat{o}_z) \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial y} \\ + 0 + \hat{o}_x \frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial y} + (\hat{o}_y) \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial z} + (-\hat{o}_x) \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial z}$$

$$= \hat{o}_x \left(\frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial y} - \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial z} \right) + \hat{o}_y \left(\frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial z} - \frac{\partial A_z(x,y,z)}{\partial x} \right) \\ + \hat{o}_z \left(\frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial x} - \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial y} \right)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{o}_x & \hat{o}_y & \hat{o}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x(x,y,z) & A_y(x,y,z) & A_z(x,y,z) \end{vmatrix}$$

ÖZET OLARAK;

Gradyant	$\nabla f(x,y,z)$	$= \vec{F}(x,y,z)$
Divergans	$\nabla \cdot \vec{A}(x,y,z)$	$= g(x,y,z)$
Bukle	$\nabla \times \vec{A}(x,y,z)$	$= \vec{C}(x,y,z)$

İKİ '0' EŞİTLİĞİ

1) $f(x,y,z)$ skaler bir fonksiyon olsun

$$\underbrace{\nabla \times (\nabla f(x,y,z))}_{\text{gradyant}} = 0$$

bukle

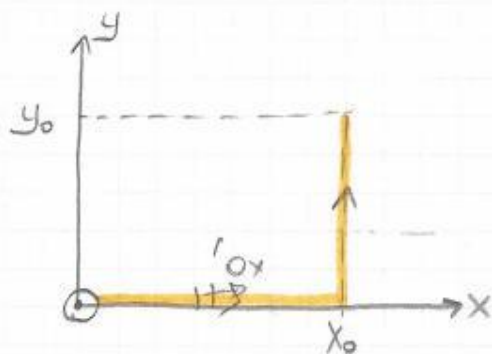
2) $\vec{A}(x,y,z)$ vektörel bir fonksiyon olsun

$$\underbrace{\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}(x,y,z))}_{\text{bukle}} = 0$$

divergans

ÖDEV: Bu iki '0' eşitliğini ispatlayınız.

Soru:



$$z=0$$

düzlemi

$$\begin{aligned} d\vec{l} &= \hat{a}_x dx \\ &= \hat{a}_x dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\vec{l} &= \hat{a}_y dy \\ &= \hat{a}_y dy \end{aligned}$$

$$\vec{A}(x,y,z) = \hat{a}_x 3x + \hat{a}_y 5y + \hat{a}_z 3xy e^{5z}$$

$$\int_C (\vec{A}(x,y,z) \cdot d\vec{l}) = ?$$

$$= \int_0^{x_0} \vec{A}(x,y,z) \cdot d\vec{l} + \int_0^{y_0} \vec{A}(x,y,z) \cdot d\vec{l}$$

$$C_1 = \int_0^{x_0} \hat{a}_x 3x + \hat{a}_y 5y + \hat{a}_z 3xy e^{5z} \cdot \hat{a}_x dx$$

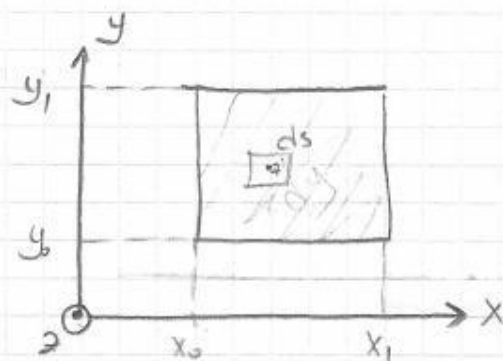
$$C_2 = \int_0^{y_0} \hat{a}_x 3x + \hat{a}_y 5y + \hat{a}_z 3xy e^{5z} \cdot \hat{a}_y dy$$

$$C_1 = \int_0^{x_0} 3x dx = \frac{3}{2} x_0^2$$

$$C_2 = \int_0^{y_0} 5y dy = \frac{5}{2} y_0^2$$

$$C = C_1 + C_2 = \frac{3}{2} x_0^2 + \frac{5}{2} y_0^2$$

Soeu:



$z=0$ düzlemi

$$\vec{A}(x,y,z) = \hat{a}_x 5xye^{2x} + \hat{a}_y 3xy^2z^3 + \hat{a}_z 5$$

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = ?$$

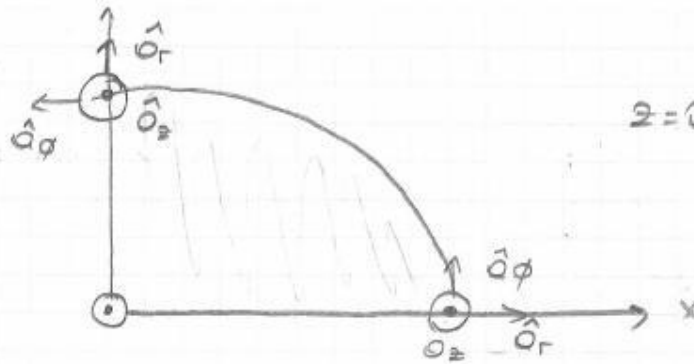
seçtiğimiz alana dik

$$d\vec{s} = \hat{a}_z dx dy$$

$$= \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^{x_1} 5 dx dy = \int_{y_0}^{y_1} 5(x_1 - x_0) dy$$

$$= 5(x_1 - x_0)(y_1 - y_0)$$

Soeu:



$z=0$ düzlemi

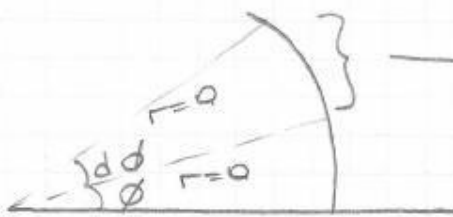
$$\vec{A}(r, \phi, z) = \hat{e}_r 3r^2 z + \hat{e}_\phi r e^z + \hat{e}_z 5r\phi$$

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = ?$$

yön: C konturuna her yünde teget

siddet: 0'0 yokın

$$d\vec{l} = \hat{e}_\phi$$



yayın uzunluğu

$a \cdot d\phi$: yayın uzunluğu

$$d\vec{l} = \underbrace{\hat{e}_\phi}_{\text{yönü}} \cdot \underbrace{r d\phi}_{\text{siddet}}$$

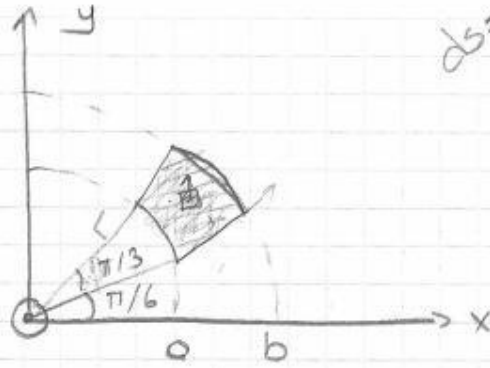
$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_C (\hat{e}_r 3r^2 z + \hat{e}_\phi r e^z + \hat{e}_z 5r\phi) (\hat{e}_\phi r d\phi)$$

$$= \int_C 0 + r^2 e^z d\phi + 0 = \int_0^{\pi/2} r^2 e^z d\phi = \int_0^{\pi/2} r^2 e^z d\phi$$

$\pi/2 \rightarrow$ radyan olmalı
derece değil

$$= a^2 \cdot \frac{\pi}{2}$$

Soru:



$$ds = \hat{a}_r r dr d\phi$$

($r=a$ 'dan b 'ye $\phi=30^\circ$ 'den 60° 'a olan bir yüzey)

$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{s}$ yi bu S yüzeyi üzerinde nasıl hesaplarız?

* Kritik olan ds vektörünü yazmak

$d\vec{s}$; yönü = yüzeye dik (z yönünde)
siddeti = yüzey alanı
 $= r dr d\phi$

$$ds = \hat{a}_z r dr d\phi$$

yönü siddeti

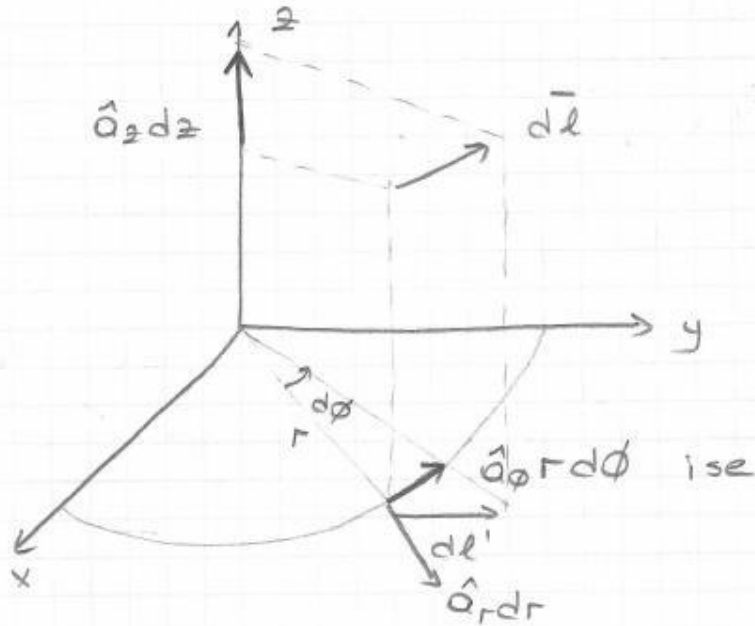
$$\Rightarrow \vec{A} = \hat{a}_z 3 + \hat{a}_\phi 5r$$

$$\int_S \vec{A} d\vec{s} = \int_S (\hat{a}_z 3 + \hat{a}_\phi 5r) (\hat{a}_z r dr d\phi)$$

$$= \int_S (3r dr d\phi) + 0 = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{3}{2} (b^2 - a^2) d\phi$$

$$= \frac{3}{2} (b^2 - a^2) \phi \Big|_{\pi/6}^{\pi/3} = \frac{\pi}{4} (b^2 - a^2)$$

= SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA =

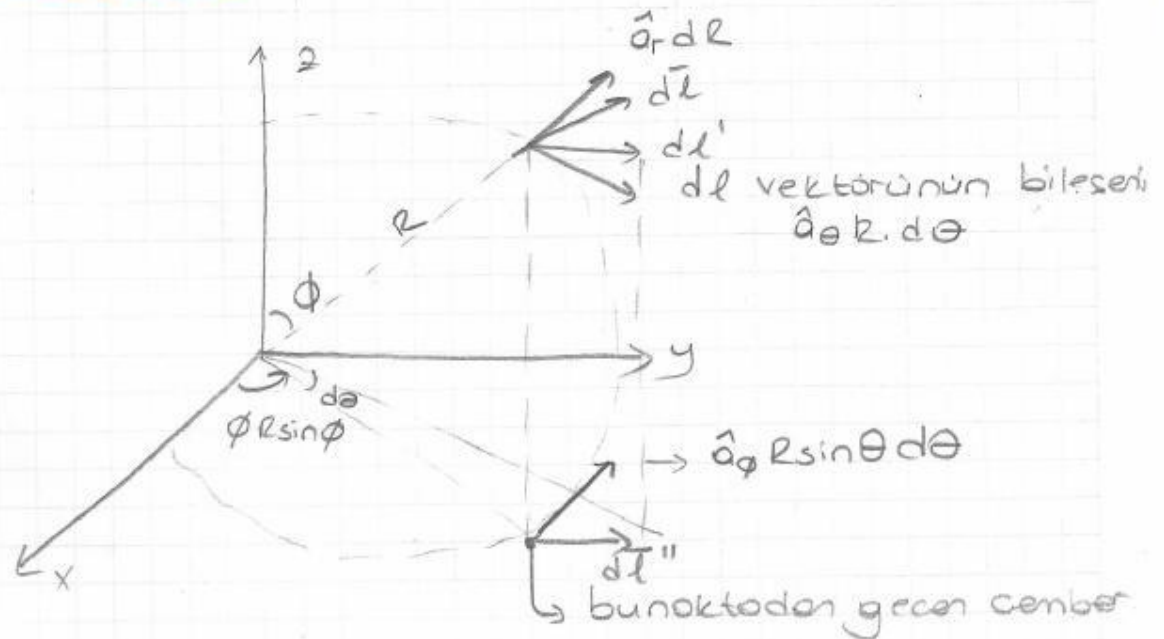


$$d\vec{L} = \hat{a}_r dr + \hat{a}_\phi r d\phi + \hat{a}_z dz$$

a1 cinsinden

$d\phi$ a1 cinsinden bu yüzden bosuna metreye çeviren birsey gelmesi gerekiyor

= KÜRESEL KOORDİNATLARDA =



$$d\vec{l} = \hat{a}_R dR + \hat{a}_\theta R d\theta + \hat{a}_\phi R \sin\theta d\phi$$

ÖDEV:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} f(x,y,z)) = 0 \\ 2) \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}(x,y,z)) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow \text{buklesi} \\ \text{Küresel koord.} \\ \text{natlardo yoz.} \end{array}$$

	<u>Kartezyen</u>	<u>Silindirik</u>	<u>Küresel</u>
DEĞİSKENLER			
u_1	x	r	R
u_2	y	ϕ	θ
u_3	z	z	ϕ
METRIK KATSAYILAR			
h_1	1	1	1
h_2	1	r	R
h_3	1	1	$R \sin\theta$
dV	$dx dy dz$	$r dr d\phi dz$	$R^2 \sin\theta dR d\theta d\phi$

$$\vec{\nabla} = \left(\hat{a}_{u_1} \frac{\partial}{h_1 \partial u_1} + \hat{a}_{u_2} \frac{\partial}{h_2 \partial u_2} + \hat{a}_{u_3} \frac{\partial}{h_3 \partial u_3} \right)$$

Kartezyen koordinatlarda : $\nabla = \hat{a}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{a}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$

Silindirik koordinatlarda : $\nabla = \hat{a}_r \frac{\partial}{\partial r} + \hat{a}_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} + \hat{a}_z \frac{\partial}{\partial z}$

Küresel koordinatlarda : $\nabla = \hat{a}_r \frac{\partial}{\partial r} + \hat{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{a}_\phi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi}$

sinüsde hazır
verir fakat
metrik katsayılar
bil

QUIZ SORUSU

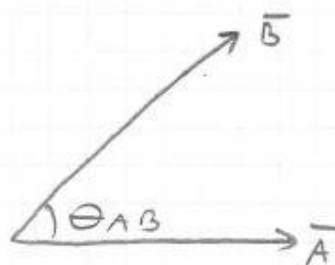
- ① a) $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \times \vec{C}$ ise $\vec{B} = \vec{C}$ denilebilir mi? Neden?
 b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot \vec{C}$ ise $\vec{B} = \vec{C}$ " " ?
 c) $\vec{A} \cdot b = \vec{A} \cdot c$ ise $b = c$ " " ?
 ② a) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{A}) = ?$ ($\vec{A}$ ve $\vec{B}$ herhangi iki vektör)
 b) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{A}) = \vec{0}$ ise

$\vec{A}$ ve $\vec{B}$ vektörleri hakkında ne söylenebilir?

GÖRÜMLER

1) a) Olmaz

b)



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta_{AB}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = |\vec{A}| |\vec{C}| \cos \theta_{AC}$$

$$|\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta_{AB} = |\vec{A}| |\vec{C}| \cos \theta_{AC}$$

$$|\vec{B}| = |\vec{C}| = \frac{\cos \theta_{AC}}{\cos \theta_{AB}}$$

bu koşulu sağlıyorsa olabilir. Fakat ealları bilmeden $B=C$ denemez.

2)

a) $\vec{A} (\vec{B} \times \vec{A}) = 0$

$\vec{B} \times \vec{A} \Rightarrow$ bir vektör $= \vec{C}$

C ikisine dik, A C'ye dik sonuç 0

b) Hiçbirsey söylenemez.

= Divergens Teoremi =

V üç boyutlu uzayda bir hacim, S ise V hacmini çevreleyen kapalı yüzey.

Herhangi bir $\vec{A}$ vektörel fonksiyonu için

$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) dV$$

= Stokes Teoremi =

S , üç boyutlu uzayda kapalı bir yüzey. C ise S yüzeyini çevreleyen kapalı kontur.

Herhangi bir $\vec{A}$ vektörel fonksiyonu için

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot d\vec{s}$$



$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$$

$$\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$$

TEOREM:

Herhangi bir $\vec{A}$ vektörel fonksiyonunu tanımlamak için;

- i) $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ 'nın ve
- ii) $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ 'nın

biliniyor olması gerekli ve yeterlidir.

STATİK ELEKTRİK ALANLAR

(Elektrostatik Alanlar)

statik: Durgun, durağan, zamana göre değişmeyen.

$f_s(x, y, z)$ $\vec{A}_s(x, y, z) \rightarrow$ statik fonk.

$f_D(x, y, z; t)$ $\vec{A}_D(x, y, z; t) \rightarrow$ dinamik fonk.



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (\text{birim yük başına düşen kuvvet}) \quad \text{N/C}$$

$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q}$$

Elektrostatik'in İki Temel Postülası :

i) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ (fiziksel gerçek Enerjinin korunumu Pren)

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow \text{Elektrostatik enerjinin korunumu yasası}$$

ii) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0}$ (deneysel gerçek. Gauss Yasası)

ρ_v : V hacmi içerisindeki yük yoğunluğu (C/m^3)

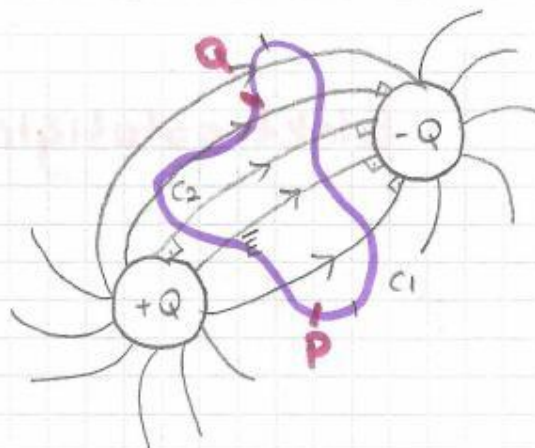
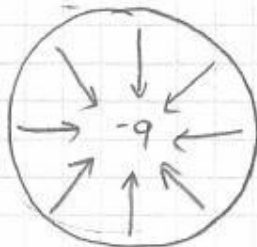
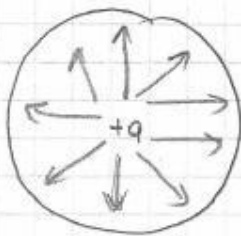
ϵ_0 : boşluğun dielektrik sabiti

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV = \int_V \frac{\rho_v}{\epsilon_0} dV$$

$\hookrightarrow V$: ρ_v yüklerinin tamamını içeren hacim

$$\int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) dV = \int_V \frac{\rho_v}{\epsilon_0} dV$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \Phi = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow \text{Gauss yasası}$$



$$0 = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

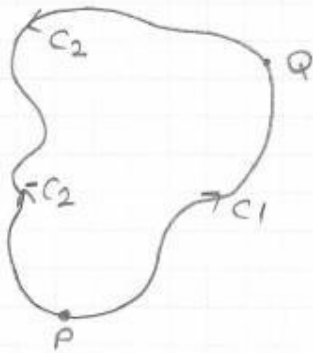
$$\Rightarrow \int_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{-C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$P \Rightarrow Q$

$P \Rightarrow Q$

Kirchoff'un Voltaj Yasası: Bir elektrik devresi üzerinde, bir noktadan hareket edip aynı noktaya geri döndüğünde yapılan toplam iş (kazanılan veya kaybedilen elektrik potansiyel) 0 olur.

$$\oint_C E dl = 0$$



$$0 = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{-C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_{C_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{-C_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

İki farklı yoldan gidilse de yapılan işler eşit olur.

ELEKTROSTATİĞİN İKİ TEMEL POSTULASI

Türev formunda

Integral Formunda

Göçer. Doğruluk Dayanak Noktası

(i) $\nabla \times \vec{E} = 0$

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Her yerde

Enerjinin korunumu

(ii) $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0}$

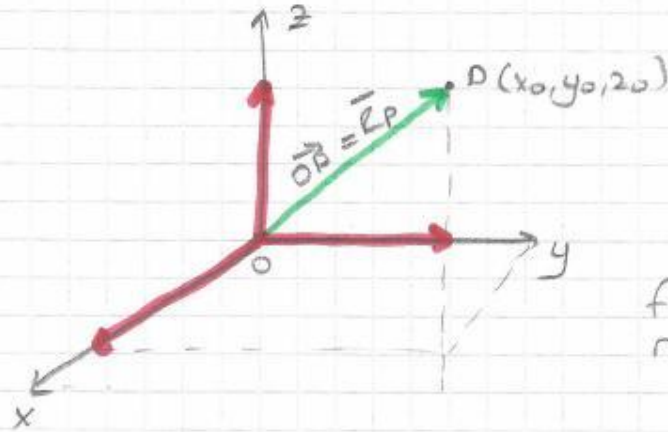
$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Uzayda / boşlukta

Gauss yasası

Bir P NOKTASININ KONUM (POZISYON) VEKTÖRÜ

Orijinden P noktasına yönelmiş vektördür.

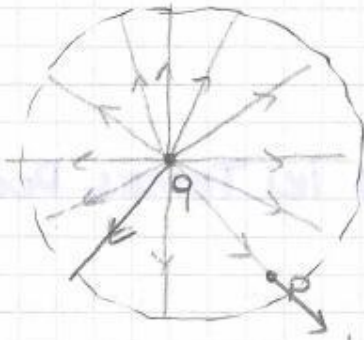


$\vec{OP} = \vec{r}_P$
fizikçilerin notasyonu mühendislerin notasyonu

$$\vec{OP} = \vec{r}_P = x_0 \hat{a}_x + y_0 \hat{a}_y + z_0 \hat{a}_z$$

= COULOMB YASASI =

Bir yükün oluşturduğu Elektrik Alan ile ilgili bilgi verir.



Pozitif +q yükü var.

Negatif güç sonsuza kadar kabul edilir.

→ Çizgiler hep $\hat{a}_R$ yönünde orijinden uzaklaşıyor.

$\hat{a}_R$: R'nin arttığı yön başka yönde bileşeni yok.

$$\vec{E} = \underbrace{\hat{a}_R}_{\text{yönü}} \underbrace{E_R}_{\text{şiddeti}}$$

E_e 'yi hesaplamak için;

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{formülünden yararlanılır.}$$

(Merkezi orijinde olan ve P noktasını içine alan bir S yüzeyi seçilir)

ds vektörü S yüzeyine her yönde dik bir vektör olmak zorunda.

$$d\vec{s} = \underbrace{\hat{a}_r}_{\text{yön}} \underbrace{ds}_{\text{siddet}}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint (\hat{a}_r E_r) \cdot (\hat{a}_r ds) = \oint E_r ds = E_r \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{\text{Söz konusu S yüzeyin alanı}}$$

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E_r = \frac{q}{\epsilon_0 4\pi r^2} \quad k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \text{ denirse}$$

$$E_r = \frac{kq}{r^2} \quad (\text{P noktasındaki elektrik alanın siddeti})$$

$$\vec{E} = \hat{a}_r \frac{kq}{r^2} \quad (\text{P noktasındaki elektrik alan})$$

Küre üzerindeki noktaların her birinde elektrik alan maximumdur. R arttıkça $\vec{E}$ azalır. Küre 0 yapılsaydı elektrik alan sonsuz olurdu.

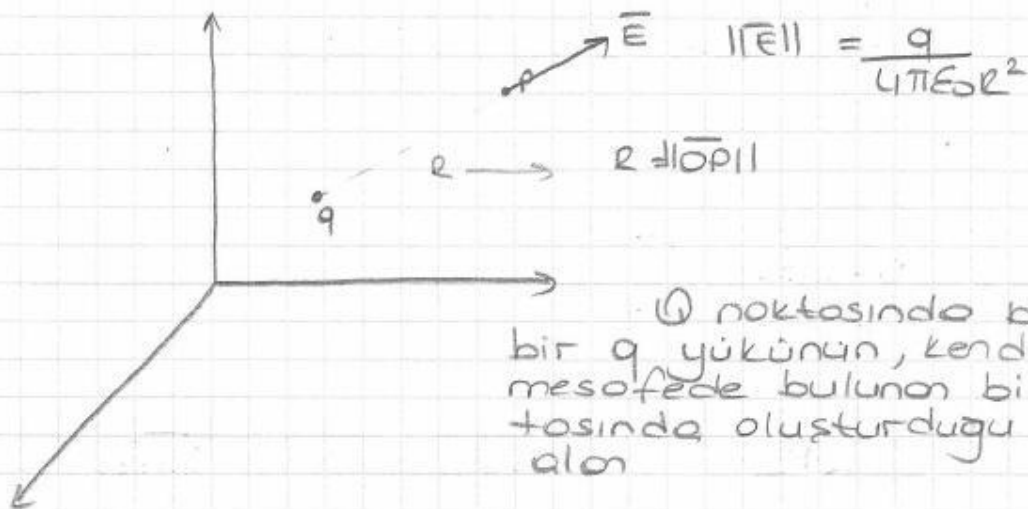


$\vec{E} \rightarrow \vec{E}$ vektörü

($\vec{OP}$ ile aynı yönde)

$$P \text{ noktasındaki } \vec{E} = \frac{\vec{OP}}{\|\vec{OP}\|} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \vec{OP} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \underbrace{\|\vec{OP}\|^3}_{r^3}}$$

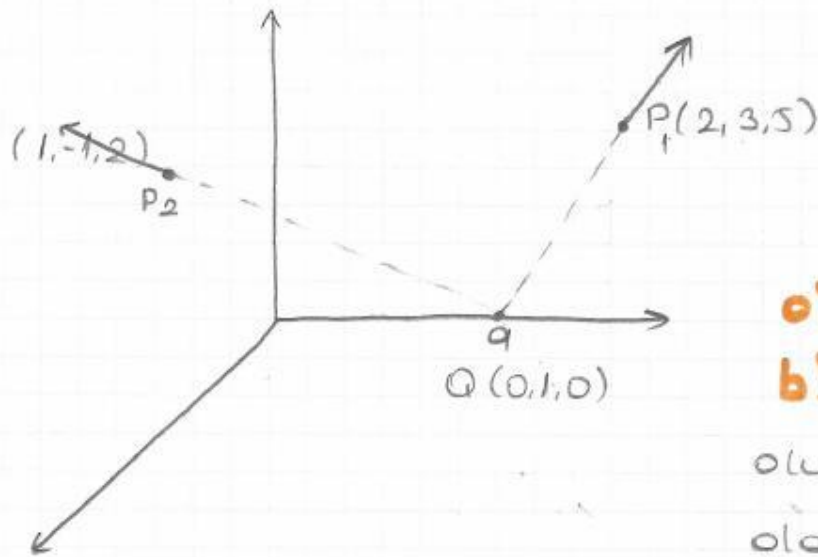
q yükünün P noktasında oluşturduğu elektrik alan?



q noktasında bulunan bir q yükünün, kendisine R mesafede bulunan bir P noktasında oluşturduğu elektrik alan

$$\vec{E} = \frac{\vec{OP}}{\underbrace{\|\vec{OP}\|}_R} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \vec{OP} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

Soeu:



a) q yükünün P_1 'de $\vec{E}$

b) q yükünün P_2 'de oluşturduğu elektrik alan nedir?

$$\begin{aligned} \vec{OP}_1 &= (2-0)\hat{a}_x + (3-1)\hat{a}_y + (5-0)\hat{a}_z \\ &= 2\hat{a}_x + 2\hat{a}_y + 5\hat{a}_z \end{aligned}$$

$$||\vec{OP}_1|| = \sqrt{33}$$

$$\vec{E} = (2\hat{a}_x + 2\hat{a}_y + 5\hat{a}_z) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 33\sqrt{33}}$$

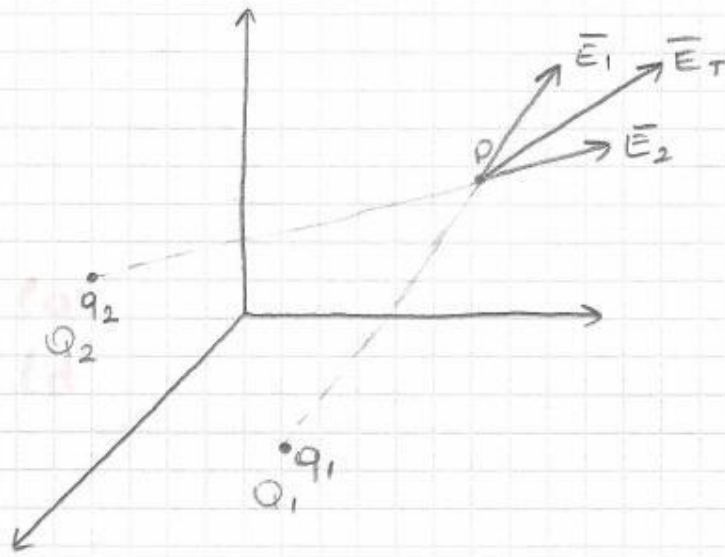
$$= \hat{a}_x \frac{q}{66\sqrt{33}\pi\epsilon_0} + \hat{a}_y \frac{q}{66\sqrt{33}\pi\epsilon_0} + \hat{a}_z \frac{5q}{132\sqrt{33}\pi\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \vec{OP}_2 &= (1-0)\hat{a}_x + (-1-1)\hat{a}_y + (2-0)\hat{a}_z \\ &= \hat{a}_x - 2\hat{a}_y + 2\hat{a}_z \end{aligned}$$

$$||\vec{OP}_2|| = 3$$

$$\vec{E} = (\hat{a}_x - 2\hat{a}_y + 2\hat{a}_z) \frac{q}{4\pi\epsilon_0 27} = \hat{a}_x \frac{q}{108\pi\epsilon_0} + \hat{a}_y \frac{q}{54\pi\epsilon_0} + \hat{a}_z \frac{q}{54\pi\epsilon_0}$$

Soru:



- a) q_1, q_2 'nin P noktasında oluşturduğu toplam $\vec{E} = ?$
 b) $P(2, 2, 2)$ $Q_1(1, 1, 0)$ $Q_2(0, -1, 0)$ olursa $\vec{E} = ?$

a) $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$$\vec{E}_1 = \frac{\vec{O_1P}}{\underbrace{\|O_1P\|}_{R_1 \text{ dersek}}} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \|O_1P\|^2} = \vec{O_1P} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1^3}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\vec{O_2P}}{\underbrace{\|O_2P\|}_{R_2 \text{ dersek}}} \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \|O_2P\|^2} = \vec{O_2P} \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2^3}$$

Bu iki ifadedeyi hemen toplayamayız. Vektörel toplamamız gerekir.

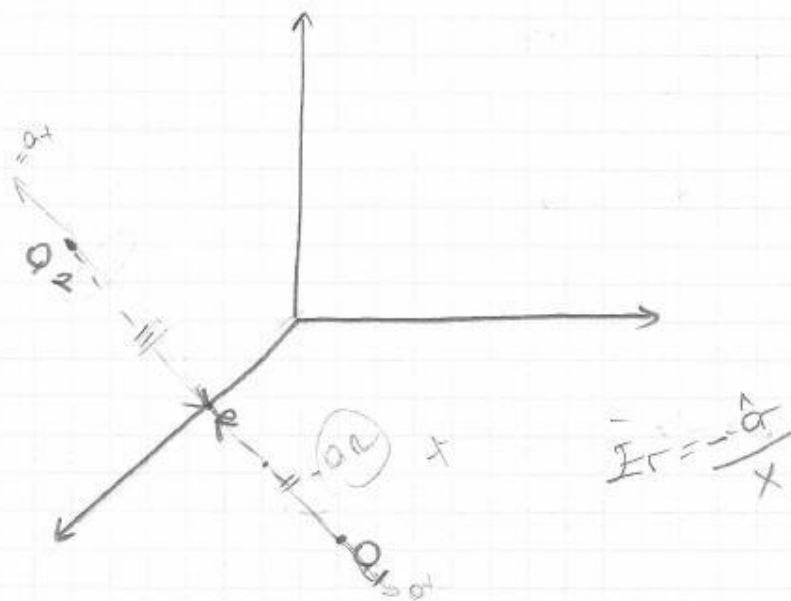
b) $\vec{E}_1 = (\hat{o}_x + \hat{o}_y + 2\hat{o}_z) \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{6}^3}$

$$\vec{E}_2 = (2\hat{o}_x + 3\hat{o}_y + 2\hat{o}_z) \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{17}^3}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_T = \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 6\sqrt{6}} + \frac{2q_2}{4\pi\epsilon_0 17\sqrt{17}} \right) \hat{O}_x + \left(\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 6\sqrt{6}} + \frac{3q_2}{4\pi\epsilon_0 17\sqrt{17}} \right) \hat{O}_y + \left(\frac{q_1}{2\pi\epsilon_0 6\sqrt{6}} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0 17\sqrt{17}} \right) \hat{O}_z$$

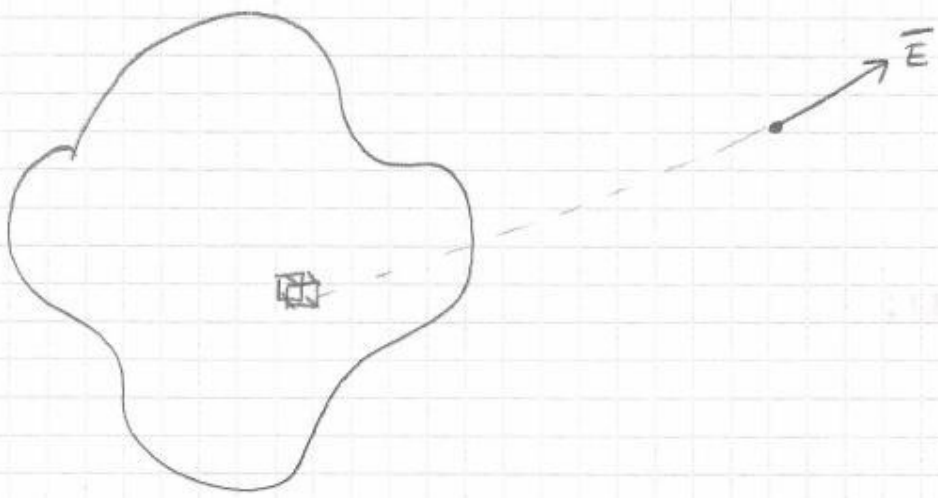
Soru:



$Q_1 = Q_2$ ise P noktasında elektrik alan 0 olur.

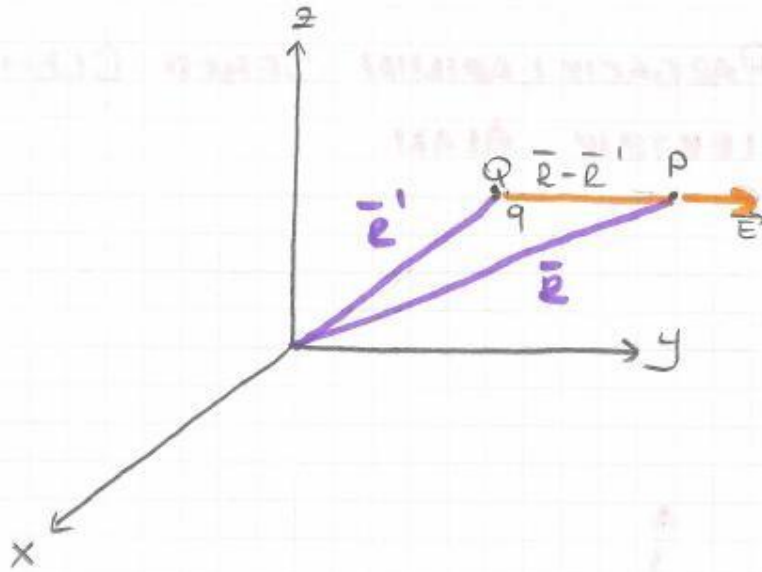
✱✱ $Q_1 \neq Q_2$ olsa bile o doğrultuda bir noktada Elektrik alanın 0 olduğu bir yer var

! Sayı verilmeden sınavda alınabilir.



Bir yüzeyin nokta üzerinde oluşturduğu elektrik alan için sonsuz ufak parça alırız.

Bu küçük parçadan bir sürü alınıp hesaplanır.



Q noktasında bulunan bir q yükünün, P noktasında oluşturduğu elektrik alanı.

$\vec{r}$: P noktasının konum vektörü

$\vec{r}'$: Q noktasının konum vektörü

$$\vec{QP} = \vec{r} - \vec{r}'$$

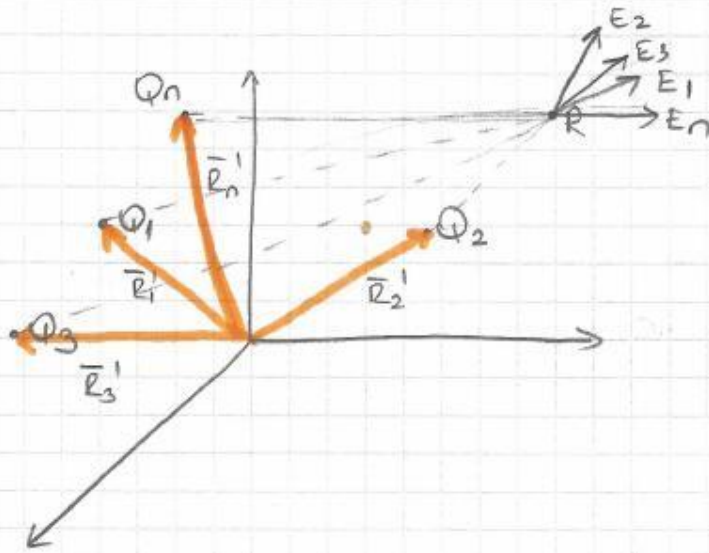
$$\vec{E} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|^2} = (\vec{r} - \vec{r}') \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

Q'dan P'ye
yönlenmiş "birim"
vektör

Coulomb Yasası
ile bulunan Elektrik
Alan Şiddeti

AYRIK YÜK PARÇACIKLARININ SEBEP OLDUĞU ELEKTRİK ALAN

$q_1, q_2, \dots, q_n$ yükleri, konum vektörleri $\vec{r}_1', \vec{r}_2', \dots, \vec{r}_n'$ olan farklı noktalara yerleştirilmiş olsun.



P noktasındaki toplam elektrik alan;

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

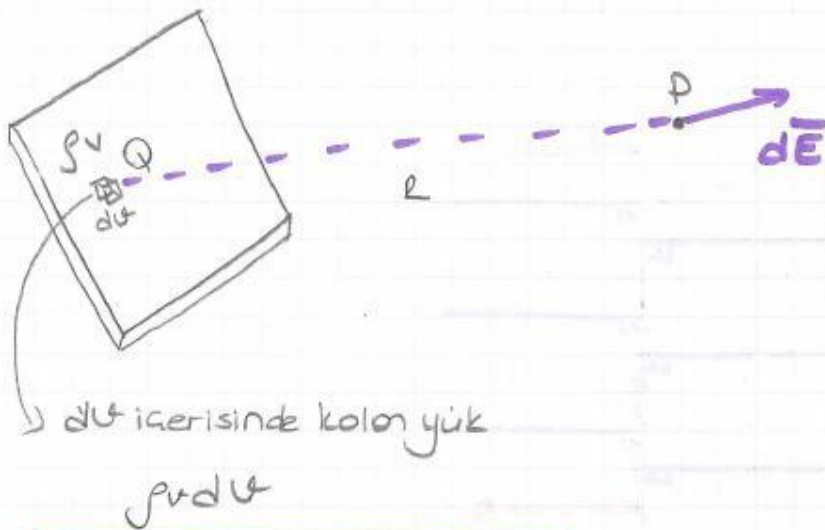
$$\vec{E}_T = (\vec{r} - \vec{r}_1') \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_1'|^3} + |\vec{r} - \vec{r}_2'| \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_2'|^3} + \dots +$$

$$|\vec{r} - \vec{r}_n'| \frac{q_n}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_n'|^3}$$

veya

$$\vec{E}_T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n (\vec{r} - \vec{r}_i') \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i'|^3}$$

ρ_v : yük yoğunluğu (C/m^3)



$$d\vec{E} = \hat{a}_{rP} \frac{\overbrace{\rho_v dV}^{\text{yük}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \int_V d\vec{E} \rightarrow \text{bu integralin alınması oldukça zor!}$$

$\hookrightarrow V$ hacmi içerisindeki bütün dV 'ler ele alınır; her birinin sebep olduğu $d\vec{E}$ değerleri toplanır.

GAUSS YASASI UYGULAMALARI

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

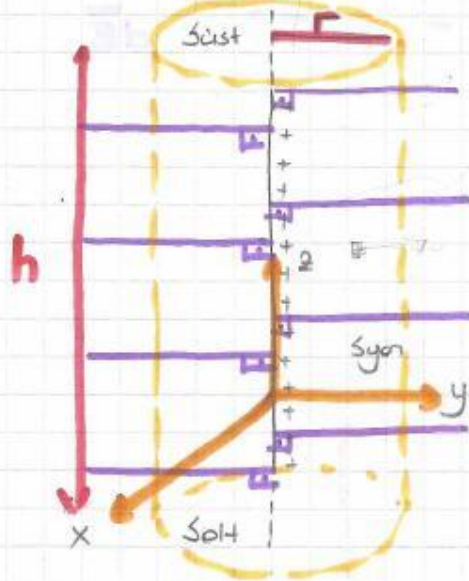
Q : yük

$\vec{E}$: yükün sebep olduğu statik elektrik alan

S : yükü çevreleyen bir yüzey

$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$: $\vec{E}$ 'nin S yüzeyi üzerinde oluşturduğu elek. akı

Soru: Sonsuz uzunlukta üzerinde ρ_l (C/m) yük yoğunluğu olan bir telin oluşturduğu elektrik alanı=?



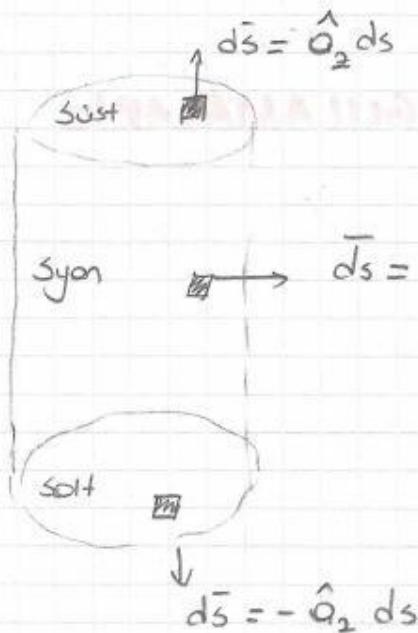
$$\vec{E} = \hat{a}_r \cdot E_r$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Silindirin içinde kalan toplam yük.

birim uzunluk başına düşen yük.
Silindirin yüksekliği

$$\int_{S_{alt}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_{ust}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_{yon}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\rho_l \cdot h}{\epsilon_0}$$



$$d\vec{s} = \hat{a}_z ds$$

$$d\vec{s} = \hat{a}_r ds$$

$$d\vec{s} = -\hat{a}_z ds$$



$\frac{2}{3}$
 $\frac{1}{3}$

$$= \int_{\text{SolH}} (\hat{a}_r \bar{E}_r) \cdot (-\hat{a}_z ds) + \int_{\text{üst}} (\hat{a}_r E_r) \cdot (\hat{a}_z ds) + \int_{\text{syon}} (\hat{a}_r E_r) (\hat{a}_r ds)$$

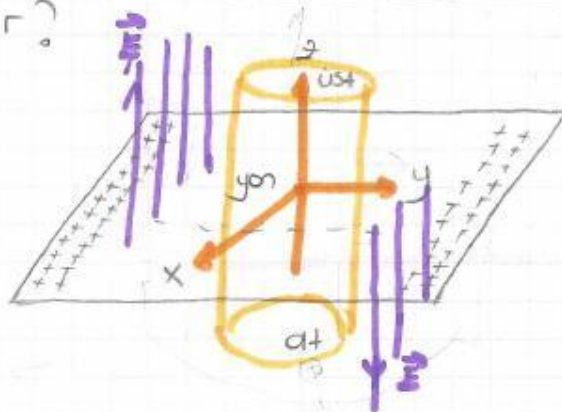
$$= \int_{\text{syon}} E_r ds = E_r \int_{\text{syon}} ds$$

$$E_r 2\pi r h = \frac{\rho_l h}{\epsilon_0}$$

$$E_r = \frac{\rho_l}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$\bar{E} = \hat{a}_r E_r = \hat{a}_r \frac{\rho_l}{2\pi \epsilon_0 r}$$

Soru: Sonsuz uzunluk ve genişlikte, üzerinde ρ_s (C/m²) yük yoğunluğu bulunan bir levhanın oluşturduğu elektrik alan nedir?



(kalinlığı yok farzediyoruz)

$$\bar{E} = \begin{cases} \hat{a}_z E_z, & z > 0 \\ -\hat{a}_z E_z, & z < 0 \end{cases}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{S_{\text{olt}}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_{\text{üst}}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{S_{\text{yon}}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{S_{\text{olt}}} E_z \, ds + \int_{S_{\text{üst}}} E_z \, ds$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = E_z \int_{S_{\text{olt}}} ds + E_z \int_{S_{\text{üst}}} ds$$

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho_s A}{\epsilon_0}$$

$$\frac{\rho_s A}{\epsilon_0} = 2 \cdot E_z \cdot A$$

$$E_z = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0}$$

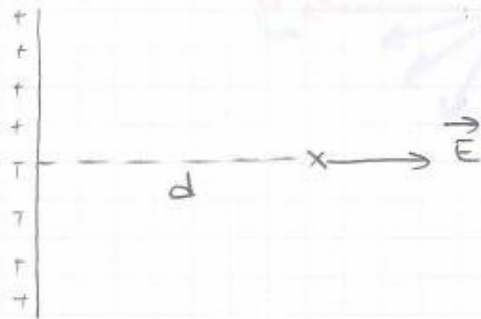
$$\vec{E} = \begin{cases} \hat{a}_z \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} & , z > 0 \\ -\hat{a}_z \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} & , z < 0 \end{cases}$$

1.



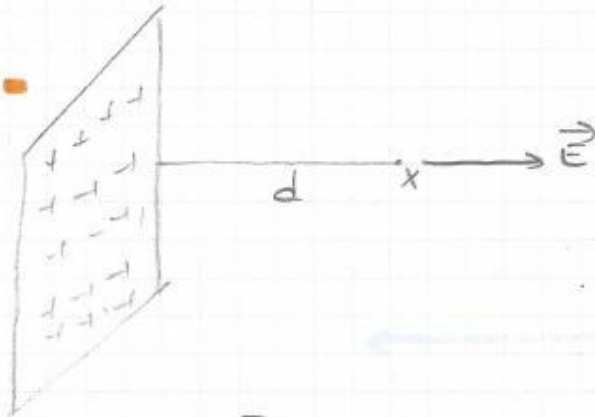
$$|\vec{E}| \propto \frac{1}{d^2} \quad (\text{Coulomb yasası})$$

2.



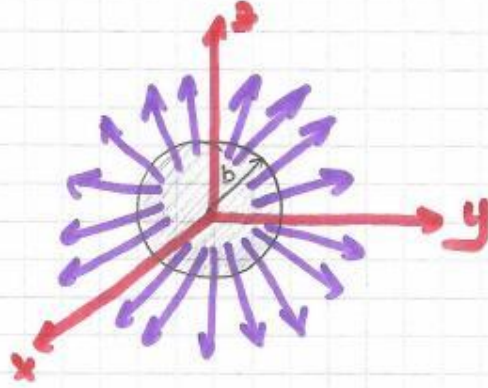
$$|\vec{E}| \propto \frac{1}{d} \quad (\text{Örnek 1})$$

3.



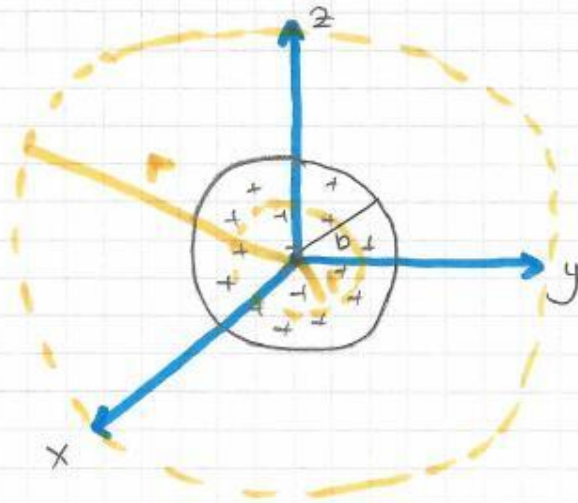
$$|\vec{E}| \text{ d'le orantılı değil (örnek 2)}$$

Soeu: b yarıçapında, üzerinde ρ_v (C/m^3) yük yoğunluğu bulunan bir kürenin oluşturduğu elektrik alan nedir?



$$\vec{E} = E_r \hat{r} \text{ şeklindedir.}$$

Soeu: içerisinde ρ_v (C/m^3) yük yoğunluğu bulunan b yarıçaplı kürenin sebep olduğu elektrik alan nedir?



$$\vec{E} = E_r \hat{r}$$

$r > b$ mesafedeki bir P noktasında elektrik alanı:

Gauss yüzeyi: Yarıçapı r olan baskı bir küre

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho_v 4\pi b^3}{3\epsilon_0}$$

$$d\vec{s} = \hat{a}_r ds$$

$$\oint_{S_1} (\hat{a}_r \cdot E_r) \cdot (\hat{a}_r ds) = \oint_{S_1} E_r ds = E_r 4\pi r^2$$

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{\rho_v 4\pi b^3}{3\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \underbrace{\frac{\rho_v b^3}{3\epsilon_0}}_{\text{genlik}} \cdot \frac{1}{r^2} \hat{a}_r \quad r \geq b \text{ için}$$

$r < b$ mesafedeki bir P noktasında elektrik alan:

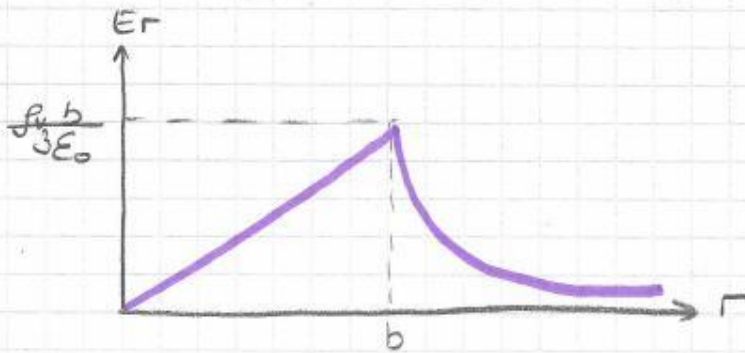
$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \frac{\rho_v 4\pi r^3}{3\epsilon_0}$$

$\frac{4\pi r^3}{3}$: r yarıçaplı küçük kürenin hacmi

$$\oint_{S_2} E_r ds = E_r 4\pi r^2$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_v r}{3\epsilon_0} \hat{a}_r \quad r \leq b \text{ için}$$

$$|\vec{E}| = E_r \quad (\text{Elektrik alanın genliği})$$



= ELEKTRİK POTANSİYEL =

Skaler bir f fonksiyonu için

$$\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} f(x,y,z)] = 0$$

Ayrıca $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ olduğundan $\vec{E}$, skaler bir fonksiyonun gradyanti olarak ifade edilebilir.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 volt/metre 1/metre volt

Elektrik Potansiyel, bir yükü bir noktadan başka bir noktaya taşımak için yapılması gereken iş cinsinden tanımlanabilir.

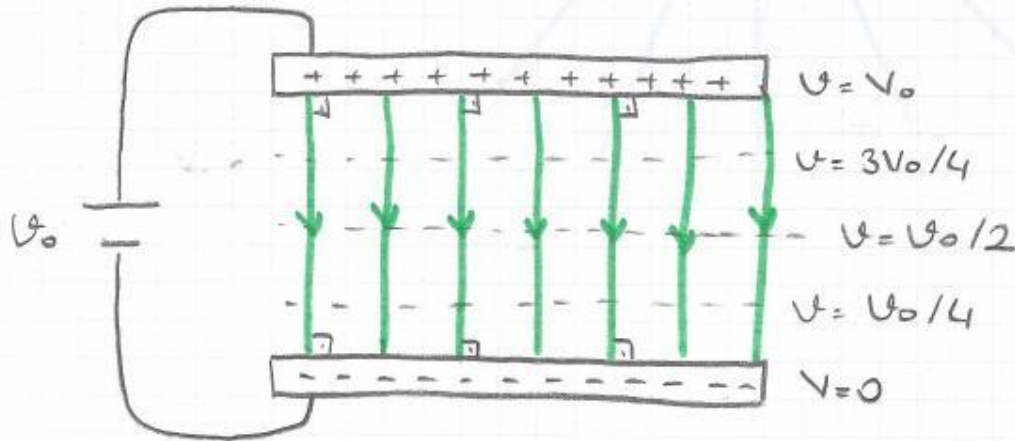
Birim yükü, P_1 noktasından P_2 noktasına götürmek için yapılan iş "iki nokta arasındaki potansiyel farkı" verir.

$$\frac{W}{q} = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$V_2 - V_1$: (P_2 ve P_1 arasındaki potansiyel fark)

$$V_2 = - \int_{\infty}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_1 = - \int_{\infty}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

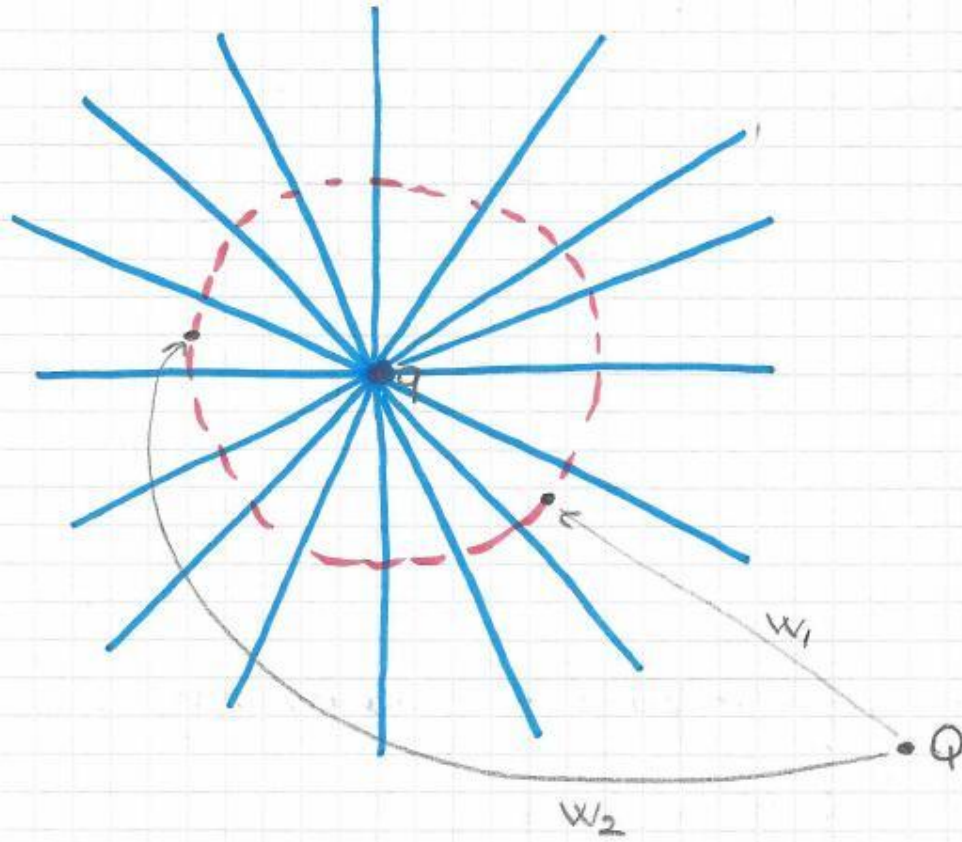


İs Potansiyel eğrileri : kesikli çizgilerin her biri

İs Potansiyel eğrileri ile elektrik olan çizgileri dik keser.

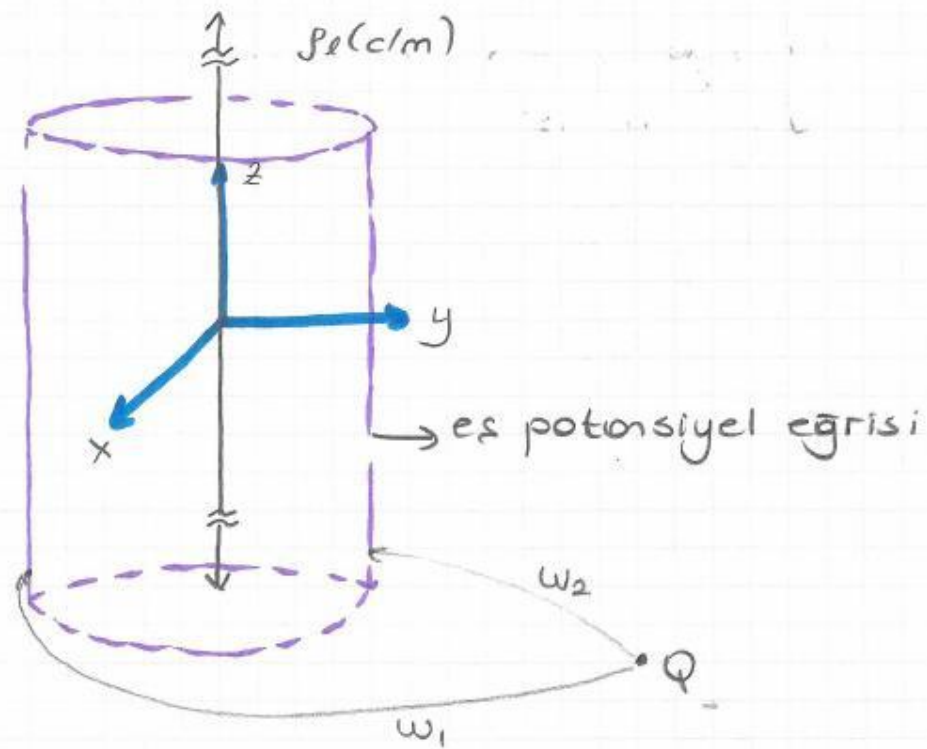
❖ Bir fonksiyonun gradyenti o fonksiyonun hangi yönde değişim gösterdiğini belirtir.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$



$$W_1 = W_2$$

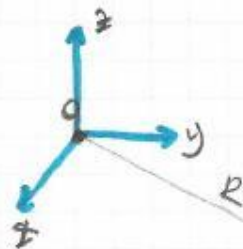
Soru:



$$\vec{E} = \hat{a}_r E_r$$

$$V_1 = V_2$$

✱✱✱ Bir yüke R mesafede bulunan bir P noktasının elektrik potansiyeli



→ Yüke orijindedir.

→ $d\vec{l} = \hat{a}_r dr$

P noktasının elektrik potansiyeli

$$V = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\vec{E} = \hat{a}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$= - \int (\hat{a}_R \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}) \cdot (\hat{a}_R dR)$$

$$= - \int_{\infty}^R \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} dR$$

$$= + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R}$$

$$V = \frac{kq}{R}$$

Konservatif Alan:

Buklesi 0 olan vektörel alan (fonksiyon)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

↓
konservatif (korunum) = $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ enerjinin korunumu
rotasyonsuz ← irrotasyonel

Solenoidal Alan:

Diverjansı 0 olan vektörel alan (fonksiyon)

= ELEKTRİK POTANSİYEL =

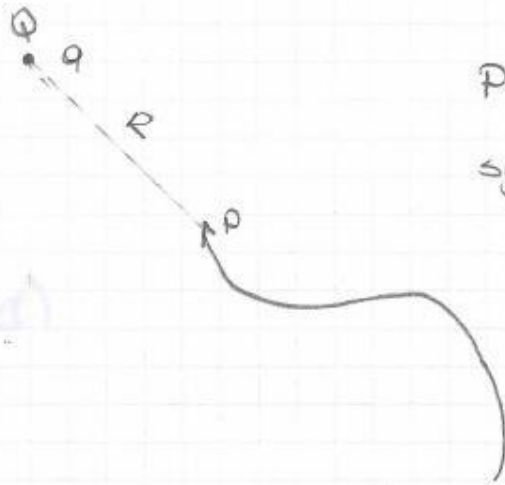
Birim yükü, P_1 noktasından P_2 noktasına taşımak için yapılan iş: " P_2 ve P_1 noktaları

$$\frac{W}{q} = V_2 - V_1 = - \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{J/C veya V}) \text{ arasındaki}$$

potansiyel fark"

— İşareti, potansiyel değerlerini pozitif yapmak için tanıma eklemiştir.

1)



P noktasının elektrik potansiyeli:

∞ 'den P noktasına birim yükü getirmek için yapılması gereken iş.

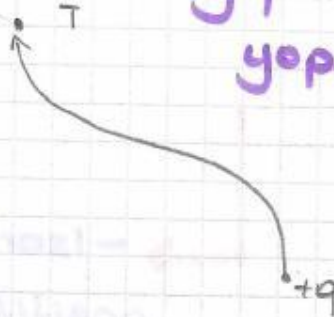
$$V_P = V_{P\infty} = V_P - V_{\infty} = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

2)

$+Q -q$

→ Elektrik Alan is
yapmistir. (Biz is
yapmadik.)



$$V_T = V_{T\infty} = V_T - \underbrace{V_\infty}_0$$

$$= - \int_{\infty}^T \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

* ① noktası origin olarak secilirse

(Durum I)

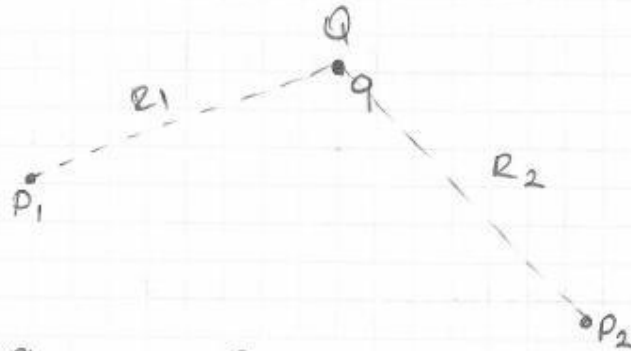
$$\vec{E} = \hat{a}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \quad (P \text{ noktasında})$$

* ② Q noktası origin olarak secilirse (T noktasında)

$$\vec{E} = -\hat{a}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

(Durum II)

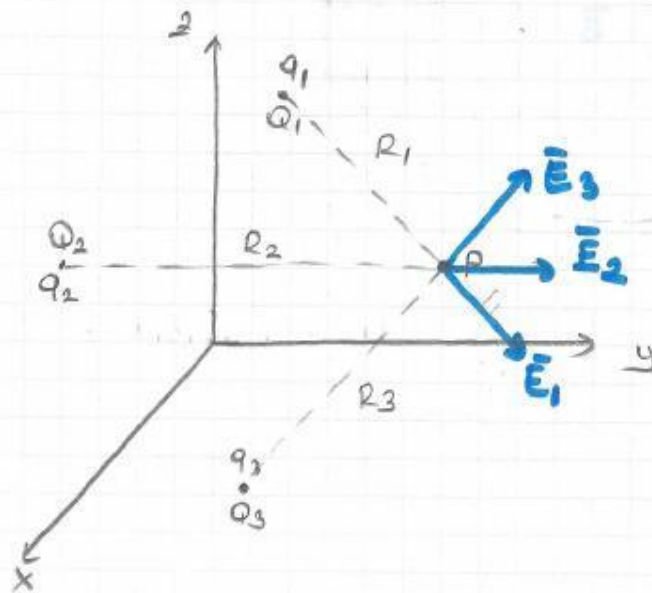
Çözü: P_2 ve P_1 noktaları arasındaki potansiyel fark?



$$V_{P2} - V_{P1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1}$$

$$V_{P2} - V_{P1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Çözü:



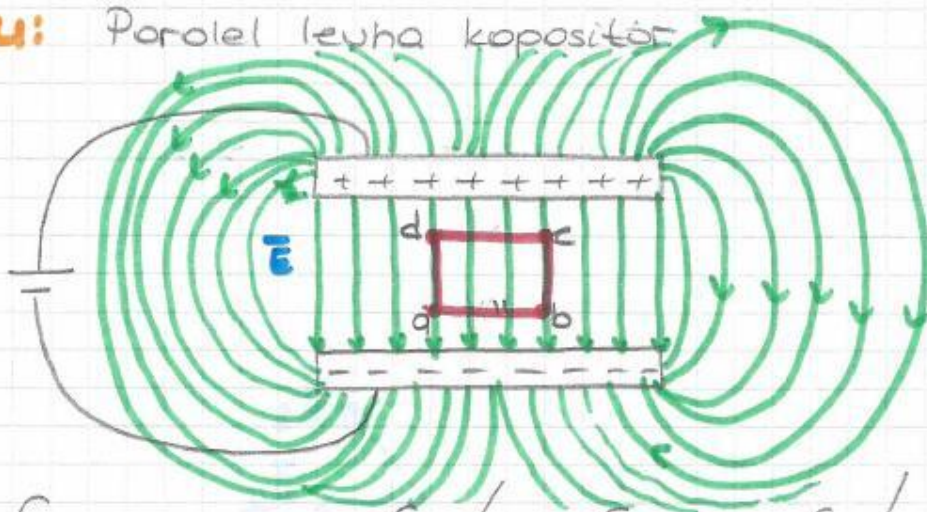
$$V_P = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 r_3}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right]$$

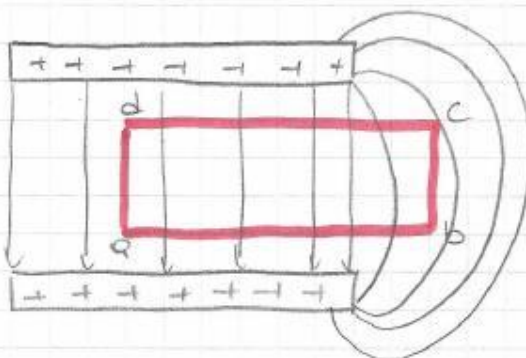
ÖNEMLİ NOT : Farklı yüklerin, bir noktada oluşturduğu elektrik potansiyel hesaplanırken yüklerin her birinin etkisi direkt **TOPLANABİLİR!**

Farklı yüklerin, her noktada oluşturdugu elektrik alan hesaplanırken her birinin etkisi direkt **TOPLANAMAZ!** Vektörel toplamak gerekir.

Soal: Paralel leuha kompositor

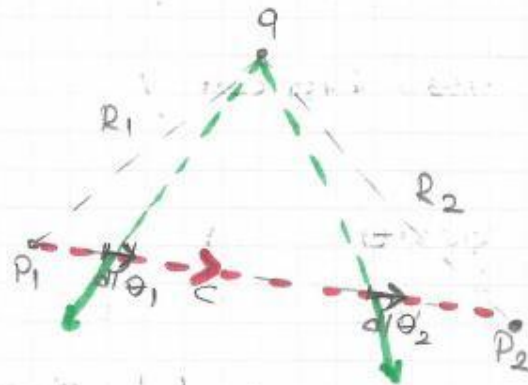


$$\oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 = \int_{ob} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{do} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Soru:



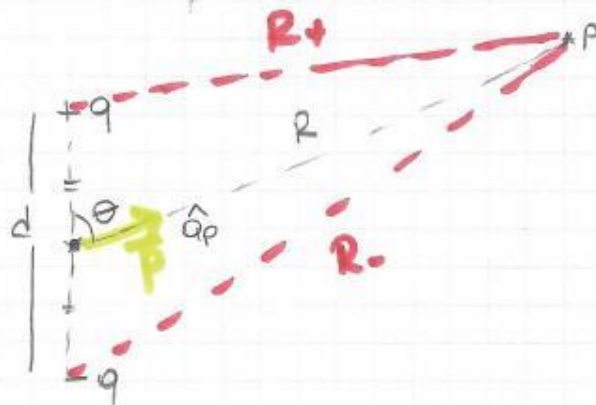
$$-\int_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = ?$$

$$|\vec{E}| |\vec{d}| \cos \theta$$

↳ c konturu boyunca sabit olmadığından P_1 ve P_2 arasına göre olmak zor!

Soru: Bir elektrik dipolün sebep olduğu elektrik potansiyel

dipol : Gift kutuplu yapı
iki kutup



$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_+} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_-}$$

$$\left. \begin{aligned} R_+ &\approx R - \frac{d}{2} \cos \theta \\ R_- &\approx R + \frac{d}{2} \cos \theta \end{aligned} \right\} R \gg d$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R - \frac{d}{2} \cos\theta} - \frac{1}{R + \frac{d}{2} \cos\theta} \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{d \cos\theta}{R^2 - \frac{d^2}{4} \cos^2\theta} \right)$$

$$\hookrightarrow R^2 \left(1 - \frac{d^2}{4R^2} \cos^2\theta \right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos\theta}{R^2}$$

DIPOL MOMENTI

$$\vec{p} = q \vec{d} \text{ (C.m)}$$



$$q d \cos\theta = \hat{a}_p \cdot \vec{p}$$

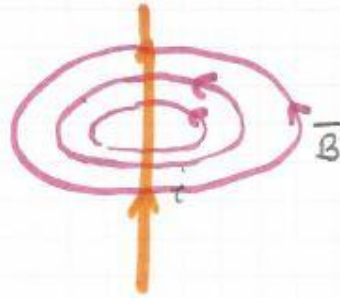
$$V \approx \frac{\vec{p} \cdot \hat{a}_p}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

STATİK MANYETİK (MANYETOSTATİK) ALANLAR

Hareket eden yükler veya mıknatıslar statik manyetik alana sebep olur.

Manyetostatatiğin iki temel postülası

i) $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ "fiziksel bir gerçek"
"Doğada manyetik yük bulunmaması"



Dolayısı ile, manyetik alan çizgilerinin "kapalı eğriler" oluşturmaları.

$$\int_V \nabla \cdot \vec{B} \, dV = \int_V 0 \, dV = 0$$

Diverjans teoremi

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

MANYETİK AKI

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$\vec{B}$: manyetik alan yoğunluğu

ii) $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

Deneysel gercek

Sadece, boslukta ve uzayda gecerli

* $\vec{J}$: akim yogunlugu (hacim akim yogunlugu)

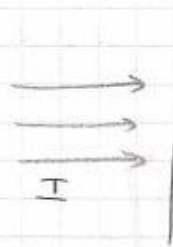
$\vec{J}$: Amper / m²

↳ Aro kesit bir yuzey oldugundan dolayi



* $\vec{J}_s$: Yuzey akim yogunlugu

$\vec{J}_s$: A/m



Aro kesit bir dogru

$\vec{J}$: Birim yuzeyden, birim zamanda gecen yuk miktarı

$$\frac{C}{s} = A$$

$$A/m^2$$

$\vec{J}_s$: Birim uzunluktan, birim zamanda gecen yuk miktarı

$$\frac{C}{s} = A$$

$$A/m$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \int_S \mu_0 \vec{J} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

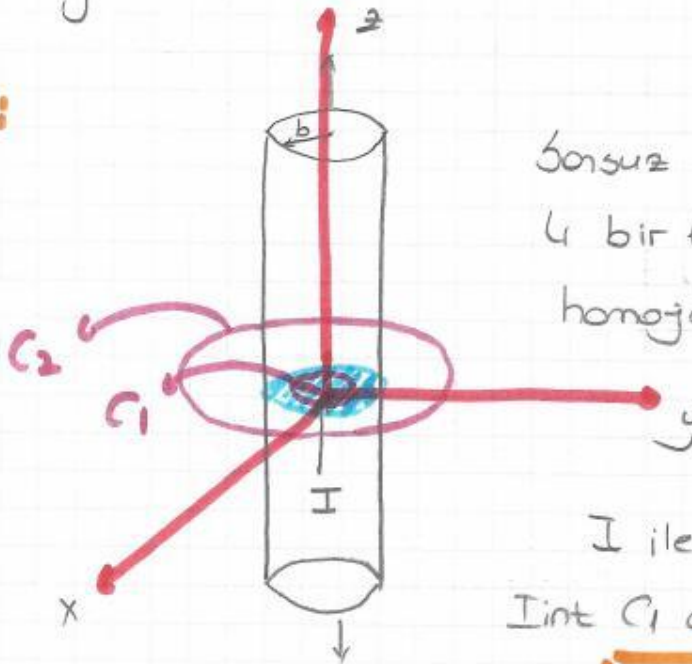
Stokes teoremi

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Amper Yasası

Çözü:



Sonsuz uzunlukta b yarıçaplı bir tel üzerinde I okımı homojen olarak okıyor olsun.

I ile I_{int} birbirine eşit değil.
 I_{int} C_1 contourunun içinde kolondan

$$I_{int} = I \frac{r^2}{b^2}$$

(i) $r \leq b$ ise

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int}$$

$$\vec{B} = \hat{a}_\phi B_\phi$$

$$d\vec{l} = \hat{a}_\phi r d\phi$$

$$\int_0^{2\pi} B_\phi r d\phi = \mu_0 I_{int}$$

$$B_\phi 2\pi r = \mu_0 I_{int}$$

$$B_\phi 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{b^2}$$

$$B_{\phi} = \mu_0 \frac{I r}{2\pi b^2}$$

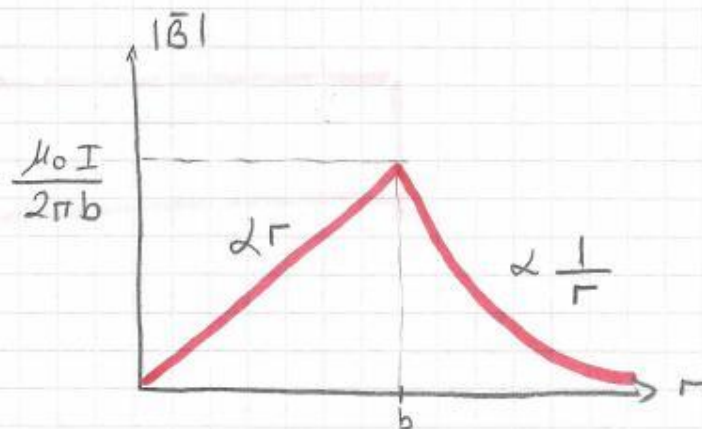
$$\vec{B} = \hat{a}_{\phi} B_{\phi} = \hat{a}_{\phi} \mu_0 \frac{I r}{2\pi b^2} \quad (\text{wb/m}^2)$$

ii) $r \geq b$ i.e. in

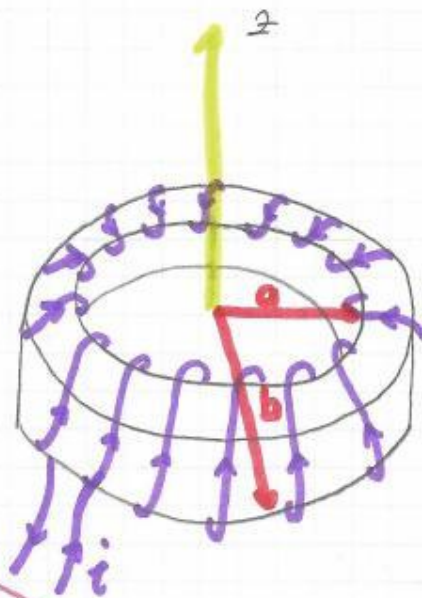
$$\left. \begin{aligned} \oint_{\gamma_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \mu_0 I \\ \int_0^{2\pi} B_{\phi} r d\phi &= \mu_0 I \end{aligned} \right\} B_{\phi} = \frac{\mu_0 I}{r 2\pi}$$

$$B_{\phi} r 2\pi = \mu_0 I$$

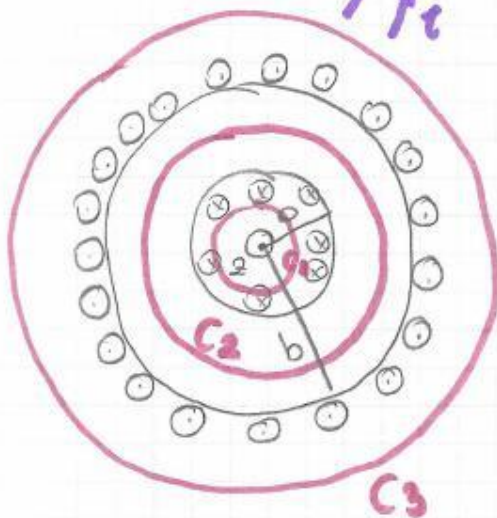
$$\vec{B} = \hat{a}_{\phi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Soru:



N sarımlı toroidin
etrafında, iç kısmında
magnetik alan nedir?



$r < a$ için

$$\int_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{ortadaki bölgede magnetik okı yoktur (ya da 0'dır)})$$

$$\vec{B} = 0$$

$r < b$ için

$$\int_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot N \cdot I$$

$$\vec{B} = \hat{\phi} B_\phi$$

$$d\vec{l} = \hat{\phi} r d\phi$$

$$\int_0^{2\pi} -B_\phi r d\phi = \mu_0 N \cdot I$$

$$-B_\phi r 2\pi = \mu_0 N I$$

$$B_\phi = -\frac{\mu_0 N \cdot I}{r 2\pi}$$

$$\vec{B} = -\hat{\phi} \frac{\mu_0 N I}{r 2\pi}$$

$r > b$ için

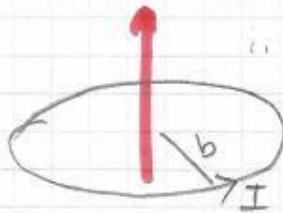
$$\int_{C_3} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (NI - N\pm) = 0$$

$$\vec{B} = 0$$

Toroidin Avantajları:

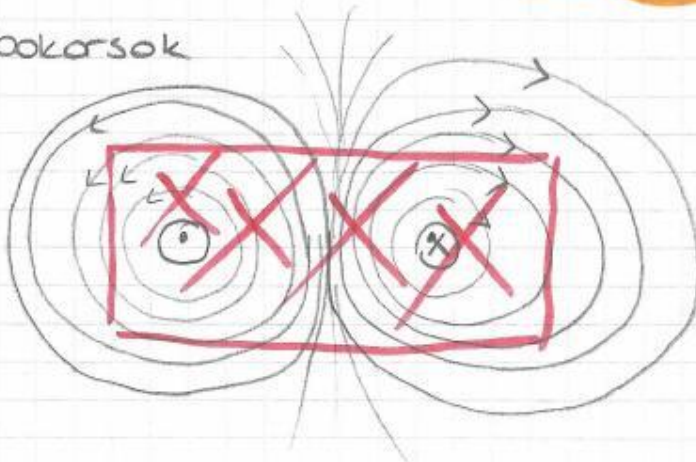
- $a < r < b$ bölgesinde N sayısını arttırarak yüksek $\vec{B}$ değerleri elde etmek mümkün
- $a < r < b$ bölgesinde yüksek $\vec{B}$ değerleri varken bile dışarıda (yani $r < a$ ve $r > b$ bölgelerinde) $\vec{B} = 0$

MANYETİK DİPOL:

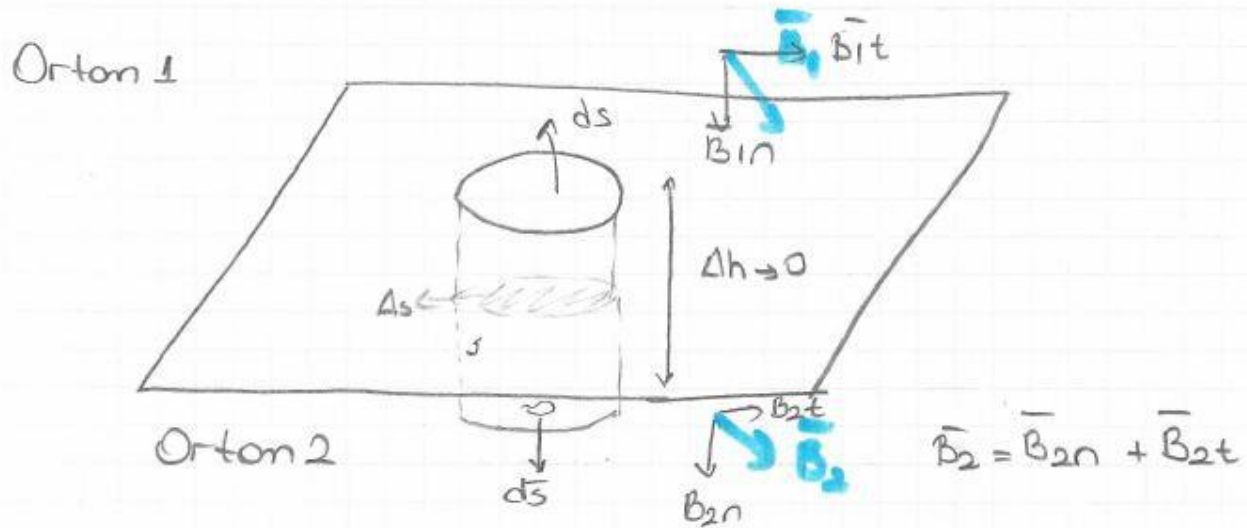


$$\vec{m} = \hat{a}_z I \pi b^2$$

Yandan bakarsak



= MANYETOSTATİK SINIR KOSULLARI =



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_V \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \int_V 0 = 0$$

div. teoremi

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

v hacmini çevreleyen kapalı yüzey

$$0 = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_{S_{alt}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} + \int_{S_{üst}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} + \int_{S_{yan}} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$\Delta h \rightarrow 0$

$$\vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = |\vec{B}_2| |d\vec{s}| \cos \theta = \underbrace{|\vec{B}_2| \cos \theta}_{|\vec{B}_{2n}|} |d\vec{s}| = \underbrace{|\vec{B}_{2n}|}_{\text{skaler}} |d\vec{s}|$$

$$\int_{\text{Alt}} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \vec{B}_{2n} \cdot d\vec{s}$$

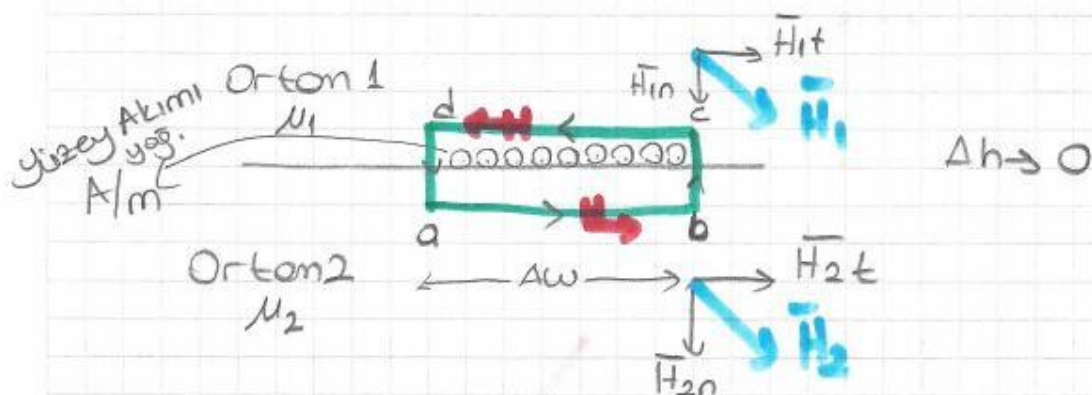
$$\int_{\text{Üst}} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} = -\vec{B}_{1n} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \underbrace{\int \vec{B}_{2n} \cdot d\vec{s}}_{|\vec{B}_{2n}| \Delta s} - \underbrace{\int \vec{B}_{1n} \cdot d\vec{s}}_{|\vec{B}_{1n}| \Delta s} = 0$$

$$|\vec{B}_{1n}| = |\vec{B}_{2n}|$$

$$\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$$

* Manyetik okı yoğunluklarının normaleri ortam geçişlerinde sürekli dir.



Amper Yasası: $\rightarrow$ Sadece boşlukta geçerli bir ifade

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$\hookrightarrow$ Boşluğun manyetik geçirgenliği

Amper Yasasının Genel Hali: (Her yerde geçerli)

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$\oint_{obcdo} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_0^b \vec{H}_2 \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} + \int_d^0 \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$\Delta h \rightarrow 0$ $\Delta h \rightarrow 0$

$$\vec{H}_2 \cdot d\vec{l} = |\vec{H}_2| |d\vec{l}| \cos \theta = |\vec{H}_{2t}| |d\vec{l}| = \vec{H}_{2t} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_{obcdo} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_0^b \vec{H}_{2t} \cdot d\vec{l} - \int_c^d \vec{H}_{1t} \cdot d\vec{l} = I$$

$$\underbrace{|\vec{H}_{2t}| \cdot \Delta w - |\vec{H}_{1t}| \cdot \Delta w}_{\downarrow} = I$$

$|\vec{J}_{sn}| \Delta w$

$$|\vec{H}_{2t}| \Delta w - |\vec{H}_{1t}| \Delta w = |\vec{J}_{sn}| \Delta w$$

$$|\vec{H}_{2t}| - |\vec{H}_{1t}| = |\vec{J}_{sn}|$$

Eğer $\vec{J}_{sn} = 0$ ise $|\vec{H}_{2t}| = |\vec{H}_{1t}| \Rightarrow \vec{H}_{2t} = \vec{H}_{1t}$

STATİK SINIR KOSULLARI

TEZET BİLESEN VEKTÖRLERİ

NORMAL BİLESEN VEKTÖRLERİ

Alan Sıddeti
Vektörleri

Akı Yoğunluğu
Vektörleri

Elektrik

Manyetik

Elektrik

Manyetik

$\vec{E}$

$\vec{H}$

$\vec{D}$

$\vec{B}$

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$$

$$|\vec{H}_{1t}| - |\vec{H}_{2t}| = |\vec{J}_s|$$

$$|\vec{D}_{1n}| - |\vec{D}_{2n}| = \rho_s$$

$$\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$$

Amper Yasası

Gauss Yasası

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Enerjinin korunumu prensibi

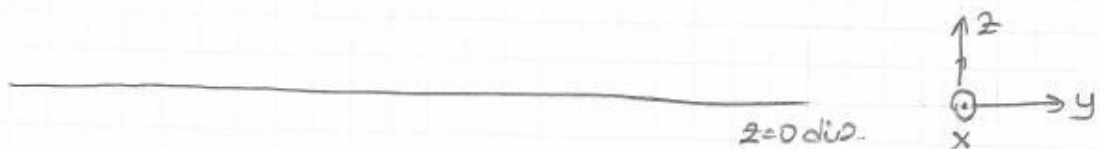
Doğada izole manyetik yük bulunmaz

ρ_s : Orton sınırındaki yüzey yük yoğunluğu

J_s : Orton sınırındaki yüzey akım yoğunluğu

Solusi:

Orton 1 μ_1 $B_1 = \hat{a}_x (c_1 + c_2 z) + \hat{a}_y (c_3 + c_4 z) + \hat{a}_z (c_5 + c_6 z)$



* $\vec{J}_s = 0$ Orton 2 μ_2 $B_2 = \hat{a}_x (d_1 + d_2 z) + \hat{a}_y (d_3 + d_4 z) + \hat{a}_z (d_5 + d_6 z)$

$z=0$ 'do

$\vec{B}_{1n} = \vec{B}_{2n}$

$\vec{B}_{1n}(z) = \hat{a}_z (c_5 + c_6 z)$

$\vec{B}_{2n}(z) = \hat{a}_z (d_5 + d_6 z)$

$\vec{B}_{1n} \Big|_{z=0} = \hat{a}_z c_5$

$\vec{B}_{2n} \Big|_{z=0} = \hat{a}_z d_5$

* $c_5 = d_5$ ✓

$\vec{B} = \mu \vec{H}$ $\vec{H}_1(z) = \frac{1}{\mu_1} \vec{B}_1(z)$

$\vec{H}_2(z) = \frac{1}{\mu_2} \vec{B}_2(z)$

$\vec{H}_{1t} = \frac{1}{\mu_1} (\hat{a}_x (c_1 + c_2 z) + \hat{a}_y (c_3 + c_4 z))$

$\vec{H}_{2t} = \frac{1}{\mu_2} (\hat{a}_x (d_1 + d_2 z) + \hat{a}_y (d_3 + d_4 z))$

$$H_{1t} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\mu_1} (\hat{o}_x c_1 + \hat{o}_y c_3)$$

$$H_{2t} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\mu_2} (\hat{o}_x d_1 + \hat{o}_y d_3)$$

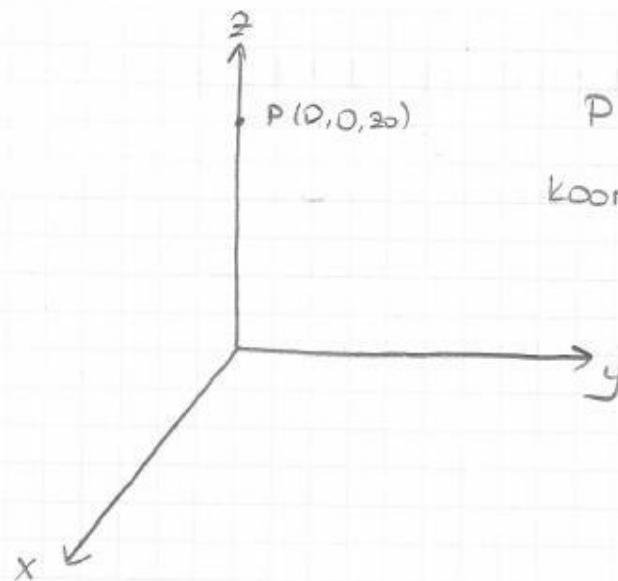
$$\left| \overline{H_{1t}} \right|_{z=0} = \left| \overline{H_{2t}} \right|_{z=0}$$

$$\boxed{\frac{\sqrt{c_1^2 + c_3^2}}{\mu_1} = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_3^2}}{\mu_2}}$$

"Constitutive Parameters"

- * ϵ
- * μ
- * σ

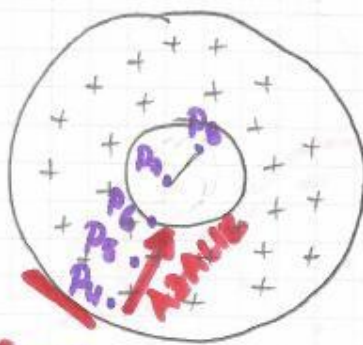
Soeu:



P noktasının silindirik koordinatları ifadesi = ?

(r, ϕ, z)
 $\downarrow \quad \quad \downarrow$
 $0 \quad \quad 20$
 $\rightarrow$ Tanımlı değil

Soeu:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q/\epsilon_0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$



$$V_1 < V_2 < V_3 < V_4 < V_5 < V_6 = V_7 = V_8$$

$$\vec{E}(P_0) = 0 \quad \vec{E}(P_7) = 0 \quad \vec{E}(P_8) = 0$$

fokot $\vec{E}(P_1) = \vec{E}(P_2) \dots \neq 0$

ELEKTROSTATİK ENERJİ

Bir noktanın elektrik potansiyeli, birim yükü sonsuzdan o noktaya getirmek için yapılması gereken iştir!



P noktasının elektrik potansiyeli

2 numaralı nokta $\leftarrow V_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$

★ P noktasına (2 numaralı noktaya), Q_2 yükünü getirmek için yapılması gereken iş:

$$W = Q_2 \cdot \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$$

V_2 : Q_1 yükünün (2) numaralı noktada

sebebi olduğu elektrik potansiyel

$$W = Q_1 \cdot \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}$$

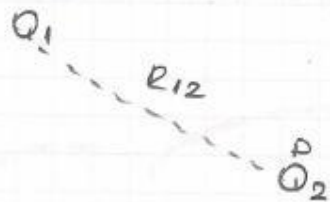
A diagram illustrating the concept of electric potential. It shows a point charge Q_1 (represented by a red circle with a plus sign) and a point P at a distance r_{12} from Q_1 . A second charge Q_2 (represented by a red circle with a plus sign) is shown moving towards P , indicated by a wavy arrow.

Q_2 yükünün kendisine r_{12} uzaklıkta herhangi bir noktada sebebi olduğu elektrik potansiyel

★ $W_1 = Q_1 V_1$

★ $W_1 = Q_2 V_2$

İki yükten oluşan sistem:

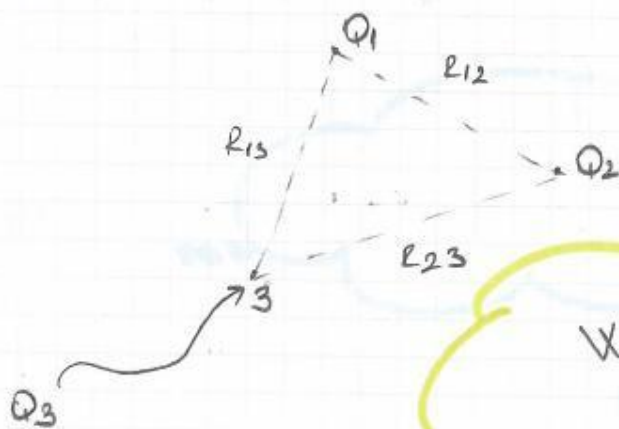


Bu sistemin elektrostatik enerjisi:

Bu sistemi kurmak için yapılması gereken iş.

$$W = Q_1 V_1 = Q_2 V_2 = \frac{1}{2} (Q_1 V_1 + Q_2 V_2)$$

Üç yükten oluşan sistem:



İki yükten oluşan sistemin elektrostatik enerjisi

$$W_3 = W_2 + \Delta W$$

Üç yükten oluşan sistemin elek. en.

$$\Delta W = Q_3 V_3$$

3 numaralı noktanın elektrik potansiyeli

$$V_3 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}$$

$$\Delta W = Q_3 V_3 = Q_3 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + Q_3 \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}$$

$$W_3 = W_2 + \Delta W$$

$$W_3 = \underbrace{\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}}}_{W_2} + \underbrace{\frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{23}}}_{\Delta W} \dots$$

$$= \frac{1}{2} \left[\underbrace{Q_1 \left(\frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} \right)}_{V_1} + \underbrace{Q_2 \left(\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{12}} + \frac{Q_3}{4\pi\epsilon_0 r_{23}} \right)}_{V_2} + \underbrace{Q_3 \left(\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{13}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{23}} \right)}_{V_3} \right]$$

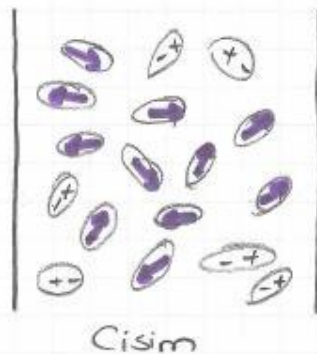
$$W_3 = \frac{1}{2} [Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + Q_3 V_3] \dots$$

n tane yükten oluşan bir sistende;

$$W_n = \frac{1}{2} [Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + \dots + Q_n V_n] = \dots \text{joule}$$

ELEKTRİK AKI YÖRÜNLÜĞÜ

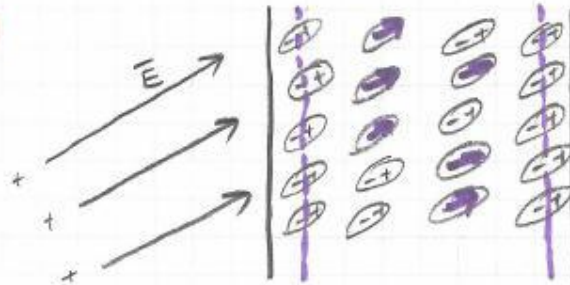
a)



$$\sum_i \vec{p}_i = 0$$

(a) Herhangi Bir Dış Etken Bulunmama Durumu

b)



$$\sum_i \vec{p}_i \neq 0$$

(b) Harici bir elektrik alan olması durumu

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

A diagram showing a vertical line with a '+' sign at the top and a '-' sign at the bottom. A vertical arrow labeled 'd' points from the '-' sign to the '+' sign, representing the displacement vector between the charges.

Dipol Moment Yoğunluğu

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^N \vec{p}_k}{\Delta V}$$

→ büyük P → küçük p

N : birim hacimde (ΔV hacimde) bulunan toplam dipol sayısı

ΔV = birim hacim

- Cisim elektrik olana karşı ne kadar duyarlıysa $\vec{P}$ o kadar büyüktür.

$\vec{P}$: C/m^2 (Polarizasyon vektörü, dipol moment yoğunluğu)

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

sabit ortom özelliği

ϵ_0 : boşluğun veya uzayın dielektrik sabiti

$\vec{E}$: dışarıdan uygulanan harici elektrik alan

$\vec{D}$: elektrik akı yoğunluğu, elektrik deplasman yoğunluğu

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

→ cismin, ortamın özelliği

↳ relative (güreceli) dielektrik sabiti + 1

↳ permittivite
(dielektrik sabiti)

$$\int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Gauss Yasası

Sadece uzayda boşlukta geçerli



$$\int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$$

Gauss Yasasının Genel Hali

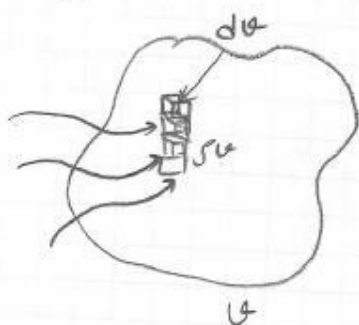
Her yerde geçerli.

Vektörel Alanlar Cinsinden Elektrostatik Enerji

N tane izole yükten oluşan bir sistemin elektrostatik enerjisi

$$W = \frac{1}{2} \left[\sum_i^N Q_i V_i \right]$$

Bir yük dağılımından oluşan bir sistemin elektrostatik enerjisi



Her bir dV hacmi içerisinde kolon yük ρdV olur.

$$W = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^N \rho_{ei} V_i dV_i \right]$$

elek. pot. hacim

$$= \frac{1}{2} \int_V \rho V dV$$

...

ELEKTROSTATİK ENERJİ

N tane ayrık yükten oluşan bir sistemin elektrostatik enerjisi.

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N Q_i V_i$$

- Yoğunluğu ρ_v olan bir yük dağılımının elektrostatik enerjisi

(Örneğin Q_1 getir iş yapmadı. Q_1 varken Q_2 'yi getirdiğimizde iş yaptık. Q_1, Q_2 varken Q_3 getirdiğimizde iş yaptık. Bunları topladığımızda elektrostatik enerjiyi elde etmiş oluruz. "Sıra önemsiz")

Bosluk
onee