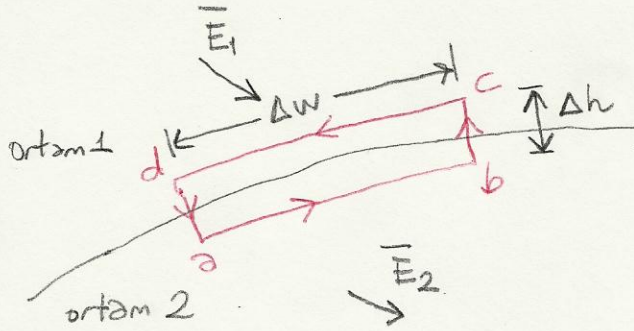


ELEKTROSTATİK SINIR KOŞULLARI

Elektrostatik problemlerde kimi zaman iki farklı ortamda elektrik alan ve elektrik deplasman vektörünü hesaplamamız gerekmektedir. İki farklı ortamın sınırında elektrik alan ve elektrik deplasman vektörünün sağladığı koşulları bilmemiz, bu nedenle önem arz etmektedir.



Şekildeki gibi, iki farklı ortamın sınırına yakından bakıyor olalım. Ortam 1'deki elektrik alan $\vec{E}_1$, ortam 2'deki elektrik alan ise $\vec{E}_2$ olsun.

Şekildeki gibi bir abcd a kapalı konturu seçelim. Söz konusu kontur, sınıra çok yakın (dolayısıyla $\Delta h \rightarrow 0$) olsun. Aynı zamanda konturun genişliği (Δw) de, söz konusu kontur boyunca elektrik alanın (ortam 1'de $\vec{E}_1$ 'in; ortam 2'de $\vec{E}_2$ 'nin) sabit kabul edilebileceği kadar küçük olsun.

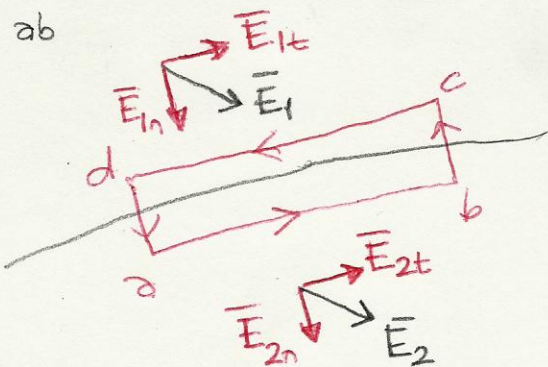
Enerjinin korunumu prensibinden $\oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ olmak zorundadır.

$$\oint_{abcd} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{ab} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = 0$$

$\swarrow 0$ $\swarrow 0$
 çünkü $\Delta h \rightarrow 0$ çünkü $\Delta h \rightarrow 0$

$\int_{ab} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}$ terimini ele alalım. a noktasından b noktasına doğru giderken



şekilde de görüldüğü gibi $\vec{E}_2$ 'nin sınıra (ya da ab konturuna) teğet olan bileşeni $\vec{E}_{2t}$ 'ye karşı (ya da $\vec{E}_{2t}$ 'yle beraber) iş yapılmaktadır.

Dolayısıyla $\int_{ab} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} = \int_{ab} \vec{E}_{2t} \cdot d\vec{l}$ olacaktır.

Benzer şekilde, $\int_{cd} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}$ terimini ele alırsak; c noktasından d noktasına doğru

giderken $\vec{E}_1$ 'in sınıra (ya da cd konturuna) teğet olan bileşeni $\vec{E}_{1t}$ 'ye karşı (ya da $\vec{E}_{1t}$ 'yle beraber) iş yapılmaktadır. Dolayısıyla $\int_{cd} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} = \int_{cd} \vec{E}_{1t} \cdot d\vec{l}$ olacaktır.

Söz konusu konturu, kontur boyunca elektrik alan sabit kabul edebileceğimiz kadar küçük varsaymıştık. Dolayısıyla

$$\int_{ab} \vec{E}_{2t} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E}_{1t} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}_{1t} \Delta w - \mathcal{E}_{2t} \Delta w = 0 \text{ olacaktır}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{1t} = \mathcal{E}_{2t} \quad \text{İki ortamın sınırında, elektrik alanın teğet bileşeni süreklidir!}$$

Ortam sınırına, bu sefer de izometrik olarak bakalım. Yarısı ortam 1'de, yarısı da ortam 2'de olacak şekilde, silindirik bir Gauss yüzeyi seçelim.

Bu Gauss yüzeyi için:

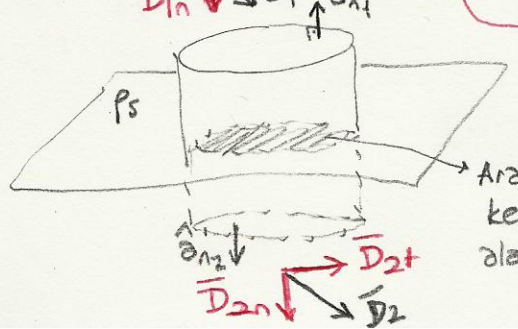
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad \left(\begin{array}{l} \text{Gauss Yasası'nın} \\ \text{Genel Hali} \end{array} \right)$$

yazılabilir.

Söz konusu sınıra çok yakından bakmak istediğimiz için $\Delta h \rightarrow 0$ olsun. Aynı zamanda Gauss yüzeyinin genişliği de, yüzey boyunca elektrik deplasman vektörünün (ortam 1'de $\vec{D}_1$ 'in, ortam 2'de $\vec{D}_2$ 'nin) sabit kabul edilebileceği kadar küçük olsun.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} + \int \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} + \int \vec{D}_2 \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\vec{D}_{1t} \quad \text{üst yüzey} \quad \vec{D}_{2t} \quad \text{alt yüzey} \quad \vec{D}_{2t} \quad \text{yan yüzey} \quad \text{çünkü } \Delta h \rightarrow 0$$



Şekilde de görüldüğü gibi, $\vec{D}_1$ 'in sınıra (aynı zaman da üst yüzeye) dik bileşeni üst yüzeyde akı oluşturur.

$$\Rightarrow \int \vec{D}_1 \cdot d\vec{S} = \int \vec{D}_{1n} \cdot d\vec{S}$$

üst yüzey üst yüzey

Benzer şekilde, $\vec{D}_2$ 'nin sınırı (aynı zamanda alt yüzeye) dik bileşeni alt yüzeyde akı oluşturmaktadır. $\Rightarrow \int_{\text{alt yüzey}} \vec{D}_2 \cdot d\vec{s} = \int_{\text{alt yüzey}} \vec{D}_{2n} \cdot d\vec{s}$

$$\Rightarrow \int_{\text{üst yüzey}} \vec{D}_{1n} \cdot d\vec{s} + \int_{\text{alt yüzey}} \vec{D}_{2n} \cdot d\vec{s} = Q = p_s \Delta s \rightarrow \text{Gauss yüzeyi'nin ara kesit alanı (m}^2\text{)}$$

$\hat{a}_{n1} d\vec{s}$ $\hat{a}_{n2} d\vec{s} = -\hat{a}_{n1} d\vec{s}$

iki ortam arasındaki sınır yüzeydeki yük yoğunluğu (C/m²)

$$\Rightarrow D_{1n} \Delta s - D_{2n} \Delta s = (D_{1n} - D_{2n}) \Delta s = p_s \Delta s$$

$$\Rightarrow D_{1n} - D_{2n} = p_s \text{ (C/m}^2\text{)}$$

iki ortamın sınırında, elektrik deplasman vektörünün normal bileşeni, ortam sınırındaki yüzey yük yoğunluğu kadar süreksizlik gösterir.

* Eğer her iki ortam da dielektrik ise :

$$\epsilon_{1t} = \epsilon_{2t} \Rightarrow \frac{D_{1t}}{\epsilon_1} = \frac{D_{2t}}{\epsilon_2}$$

(Böyle bir durumda ortam sınırında hiç yük olmayacağından; yani $p_s = 0$ olacağından)

$$D_{1n} = D_{2n} \Rightarrow \epsilon_1 \epsilon_{1n} = \epsilon_2 \epsilon_{2n}$$

* Eğer ortam 2 iletken ise :

$$\vec{E}_2 = 0 \Rightarrow \epsilon_{2t} = 0 \Rightarrow \epsilon_{1t} = \epsilon_{2t} = 0$$

$$\vec{D}_2 = 0 \Rightarrow D_{2n} = 0 \Rightarrow D_{1n} - D_{2n} = p_s \Rightarrow D_{1n} = p_s$$

Önemli Not: Yukarıda türetilen ifadeler, sadece "sınırdaki" geçerlidir.

$\vec{E}_1$ $\rightarrow$ $\vec{E}_{1t}$ $\rightarrow$ $\vec{E}_{2t}$ Yani sadece burada $\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$

$\vec{E}_{1t}$ $\rightarrow$ $\vec{E}_{2t}$

$\vec{E}_2$ $\rightarrow$ $\vec{E}_{2t}$

Burada da görüldüğü gibi $\vec{E}_{1t}$ 'nin buradaki değeri $\vec{E}_{2t}$ 'nin buradaki değerine eşit olmak zorunda değil ! ...