

EEM322 : Lecture 7

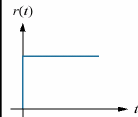
- Sürekli Hal Hataları (Steady state Errors)
- Bozucu Etkiler için Sürekli Hal Hataları (Disturbance)
- DUYARLILIK (Sensitivity)

Denetim Sistemlerinin analiz ve tasarımında üç kritere odaklanılır:

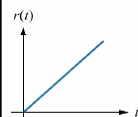
1. Geçici Rejim Cevabı
2. Kararlılık
3. Sürekli Hal (Kararlı Hal) Hataları

Sürekli hal hatası önceden belirlenmiş bir giriş(referans) sinyali için $t \rightarrow \infty$ a giderken giriş (referans) ve çıkış sinyali arasındaki farktır.

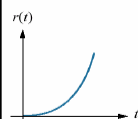
Kontrol Sistemlerinde Kararlı Hal Hatasını Belirlemekte Kullanılan Giriş Şartları



Birim basamak (step) **giriş sabit konumu temsil eder** ve kontrol sisteminin sabit bir hedefe göre yerini bulma kabiliyetini belirler.

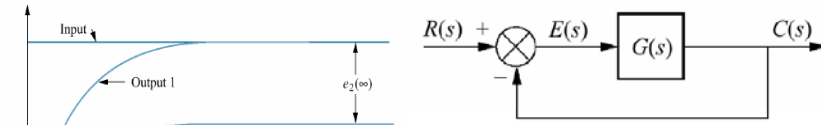


Rampa girişi **sabit hızı temsil eder**. Lineer olarak artan girişi takip edebilme yeteneğini test edebilmek için kullanılır.



Parabol girişi **sabit ivmeyi temsil eder**, hızlanan hedefler için kullanılır. Örneğin güdümlü füzeler.

Sürekli hal (kararlı hal) hataları **kararlı sistemler için tanımlıdır**. Dolayısıyla Kontrol tasarımcısı kararlı hal hatasını belirlemeden önce **mutlaka kapalı döngü sistem kararlılığını incelemelidir**.

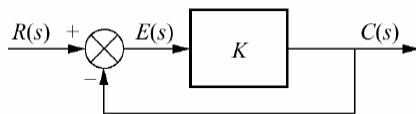


Birim Geribeslemeli Gösterim

Kontrol sistemlerinde sürekli hal hataları genellikle **nonlinear** (lineer olmayan) kaynaklardan ortaya çıkar. Örneğin dişlilerdeki boşluk veya motora uygulanan gerilimin belli bir eşik değerini geçmeden motorun hareket etmemesi gibi. Ayrıca sürekli hal hataları sistem bağlantı şeklinden veya uygulanan giriş tipinden kaynaklanabilir ki biz bunların üzerinde duracağız.

Birim basamak ve kazancı, K olan bir sitem:

Fakat sadece K kazancı ile $c(t)$ sonlu ve sıfırdan farklı olmakla beraber $e(t)$ hiçbir zaman sıfır olamaz. Sadece K kazancı olması durumunda mutlaka küçük bir hata olur



$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = KE(s)$$

$$E(s) = R(s) - KE(s)$$

$$R(s) = E(s) + KE(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+K} R(s)$$

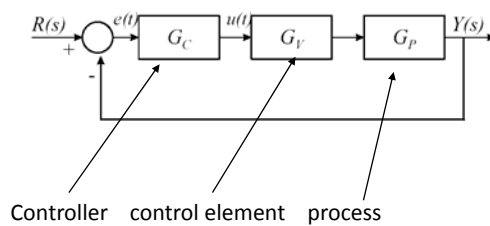
Görüldüğü gibi birim basamak giriş için K ne kadar artarsa artsın hatayı o kadar azalır fakat sıfırlanamaz.

The **response** of a first-order system under **proportional** control:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c G_v G_p}{1 + G_c G_v G_p}$$

$G_p = \frac{K}{Ts + 1}$ and G_v is assumed to be 1
 $G_C = K_P$

With proportional control the CLTF is equal to:



For $G_v = 1$

$R(s) = 1/s$ step function

Closed loop Transfer function

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{KK_p}{Ts + 1 + KK_p}$$

which rearranging gives :

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{KK_p}{1 + KK_p} \right)}{\left(\frac{T}{1 + KK_p} \right) s + 1}$$

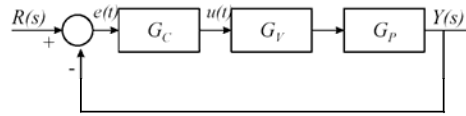
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\left(\frac{KK_p}{1 + KK_p} \right)}{\left(\frac{T}{1 + KK_p} \right) s + 1} \longrightarrow 1$$

time constant

The CLTF shows that as **the gain of the controller is increased, the overall gain of the system approaches unity** and the time constant gets **smaller and smaller**. The addition of proportional control also affects the characteristic equation, which implies that the response of the system will also change. **The time constant is reduced as the gain of the controller increases and therefore the system response will be faster.**

Steady State Error.

The purpose of the controller is to maintain the system output at the setpoint value.
To determine whether or not a proportional controller achieves this it is necessary to determine the steady state value of the



Son Değer Teoremi:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad \text{the output as time} \rightarrow \infty$$

Therefore:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - E(s)G_c G_p$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c G_p} R(s)$$

R(s) = 1/s step response

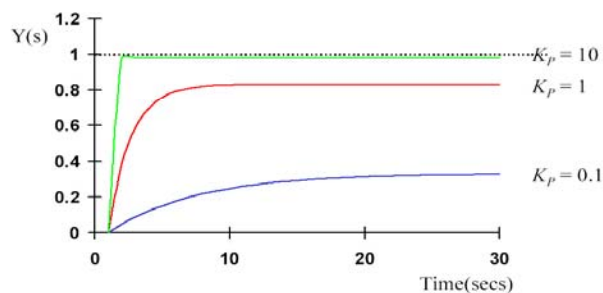
$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + K_p \frac{K}{T_s + 1}} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + KK_p}$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + K_p \frac{K}{T_s + 1}} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + KK_p}$$

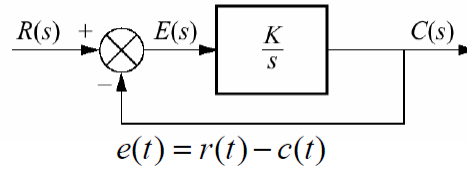
For first order system: with GP:

$$G_p = \frac{5}{10s + 1},$$

**This equation states that there will always be an error, unless the value of K_p is equal to ∞ .
The size of the error is inversely related to the value of the proportional gain.**



Eğer ileri yol'a integratör ekleyecek olursak:

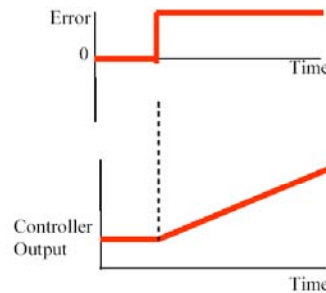
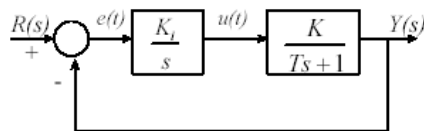


$c(t)$ büyüdükçe $e(t)$ azalır ki bu $e(t)$ sıfır olana kadar devam eder. Hata sıfırlanmış olsa da integratör çıkışı olan $c(t)$ 'nin bir değeri vardır çünkü integratör sıfır girişe sabit bir çıkış verir. Örneğin, bir motor düşünelim. Motora gerilim uygulandıkça motor döner, gerilim kesildiğinde ise motor o anki konumunda durur. Motora giriş olmamasına rağmen başlangıç konumu ile durduğu konum arasında açısal bir konum değişimi oluşmuştur. Dolayısıyla motoru basitçe bir integratör olarak düşünebiliriz. Ayrıca, eğer bir motoru ileri yol'a bağlayacak olursak birim basamak girişine sürekli hal hatası her zaman sıfır olur

Integral Control: Input is step function

$$\text{Output} = u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

$$G_c = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$



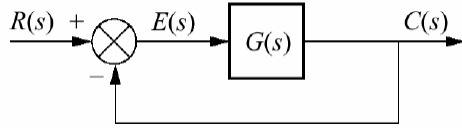
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{KK_i}{s(Ts+1)}}{1 + \frac{KK_i}{s(Ts+1)}} = \frac{KK_i}{Ts^2 + s + KK_i}$$

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$E(s) = R(s) \left[1 - \frac{KK_i}{Ts^2 + s + KK_i} \right]$$

$$E(s) = R(s) \left[\frac{Ts^2 + s + KK_i - KK_i}{Ts^2 + s + KK_i} \right]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = s \frac{1}{s} \left[\frac{Ts^2 + s}{Ts^2 + s + KK_i} \right] = 0$$

Birim Geri-beslemeli Kontrol Sistemi İçin Sürekli Hal Hatası

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = E(s)G(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Sürekli halde hatayı, $e(t)$ 'yi $t \rightarrow \infty$ a giderken, bir başka deyişle $e(\infty)$ 'u bulmaya çalışıyoruz. Bunun için son değer teoremini kullanabiliriz.

Son Değer Teoremi: $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$E(s)$ 'i yerine yazacak olursak;

Görüldüğü gibi $R(s)$, giriş sinyalinin(referans işaretinin) sürekli hal hatası üzerinde direk etkisi var.

1. Birim Basamak Girişi (Step Input)

Hatırlanacak olursa birim basamak giriş işareti: $R(s) = \frac{1}{s}$ dir.

Birim basamak girişi için sürekli hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(\frac{1}{s})}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)} \text{ olur.}$$

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s)$ İleri yol transfer fonksiyonunun dc kazancı denir.

Sürekli hal hatasının sıfır olabilmesi için $\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$ olmalıdır.(DC kazanç sonsuz olmalıdır.)

$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$ olabilmesi için $G(s)$ aşağıdaki formda olmalıdır.

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2) \dots}$$

Daha da açık ifade etmek gerekirse polinomun paydasının en az bir kökü orjinde olmalıdır.

Teknik ifade ile birim basamak cevabında sürekli hal hatasının 0 olabilmesi için ileri yol'da en az bir saf integratör olmalıdır.

Eğer orjinde en az bir kutup yoksa,

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots} \quad \text{Olur ki bu sonlu bir sürekli hal hatasına karşılık gelir.}$$

Rampa Girişi (Ramp Input: sabit hızı temsil eder)

Rampa giriş işareti: $R(s) = \frac{1}{s^2}$ dir.

Rampa girişi için sürekli hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s \left(\frac{1}{s^2} \right)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

Rampa giriş işaretinde sürekli hal hatamızın sıfır olabilmesi için,

$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \infty$ olmalıdır.

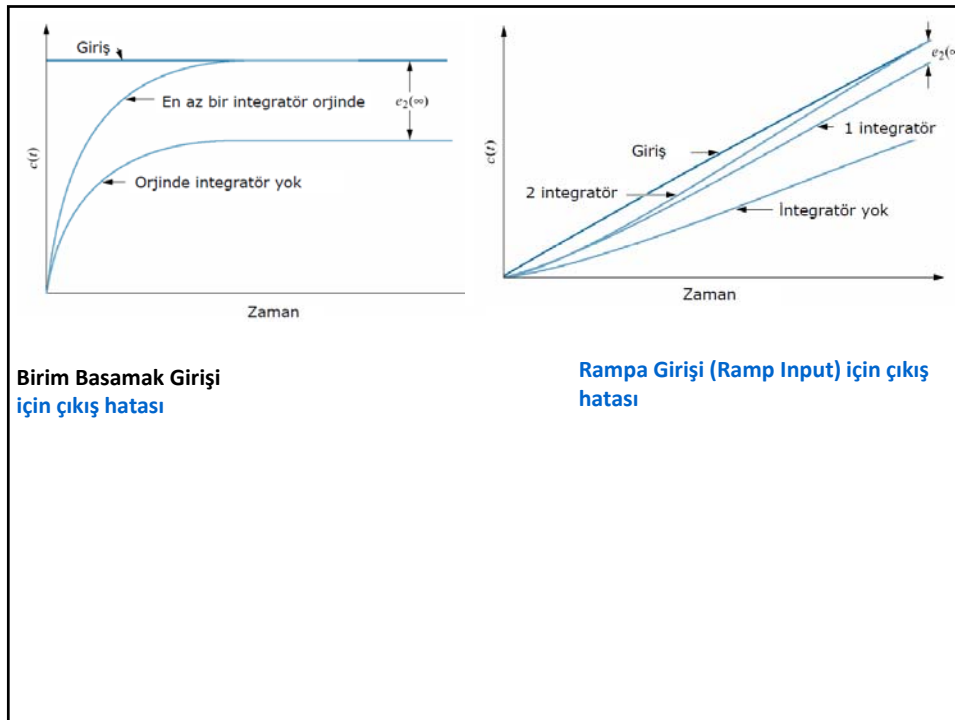
$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2) \dots} \quad \text{Göz önüne alındığında}$$

En az iki kutup orijinde olursa ancak rampa girişinde sürekli hal hatası sıfır olur

İleri yol'da iki saf integratör olmalı ki rampa girişi için sürekli hal hatası sıfır olsun.

Eğer iki değil de bir integratör varsa, $\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$ $\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$

Eğer ileri yolda hiç integratör yoksa $\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$ Olur ve sürekli hal hatası rampa girişinden zamanla uzaklaşarak sonsuz olur.



3. Parabolik Giriş (Ramp Input) sabit ivmeyi temsil eder

Parabolik giriş işareti: $R(s) = \frac{1}{s^3}$ dir.

Rampa girişi için sürekli hal hatası:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(\frac{1}{s^3})}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)}$$

Parabolik giriş işaretinde sürekli hal hatamızın sıfır olabilmesi için,

$$\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \infty \quad \text{olmalıdır.}$$

$$G(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2) \dots}{s^n (s + p_1)(s + p_2) \dots} \quad \text{Göz önüne alındığında}$$

En az üç kutup orijinde olursa ancak parabolik girişinde sürekli hal hatası sıfır olur

İleri yol'da iki saf integratör varsa,

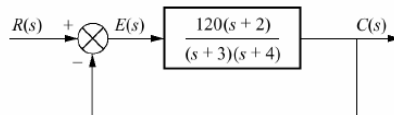
$$\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \frac{z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

Olur ki bu da sabit bir hatanın olacağını gösterir.

Eğer ileri yolda bir integratör varsa veya hiç yoksa $\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$

Olur ve sürekli hal hatası parabolik girişten zamanla uzaklaşarak sonsuz olur.

Örnek:



Yukarıdaki sisteme $5u(t)$, $5tu(t)$, ve $5t^2u(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

$5u(t)$ girişinin laplas dönüşümü $5/s$ dir. Buna göre;

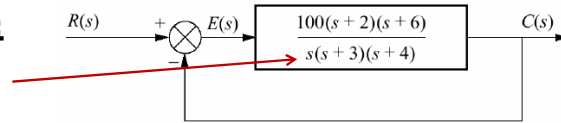
$$e(\infty) = \frac{5}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{120(2)}{(3)(4)} = 20 \quad e(\infty) = \frac{5}{1 + 20} = \frac{5}{21}$$

$5tu(t)$ girişinin laplas dönüşümü $5/s^2$ dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{5}{\lim_{s \rightarrow 0} s G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = (0) \frac{120(2)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{5}{0} = \infty$$

$5t^2u(t)$ girişinin laplas dönüşümü $10/s^3$ dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{10}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = (0)^2 \frac{120(2)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{10}{0} = \infty$$

Örnek:

Yukarıdaki sisteme $5u(t)$, $5tu(t)$, ve $5t^2u(t)$ girişleri uygulandığında sürekli hal hatalarını bulunuz.

$5u(t)$ girişinin laplas dönüşümü $5/s$ dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{5}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{100(2)(6)}{(0)(3)(4)} = \infty \quad e(\infty) = \frac{5}{\infty} = 0$$

$5tu(t)$ girişinin laplas dönüşümü $5/s^2$ dir. Buna göre;

$$e(\infty) = \frac{5}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{100(2)(6)}{(3)(4)} = 100 \quad e(\infty) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$5t^2u(t)$ girişinin laplas dönüşümü $10/s^3$ dir. Buna göre;

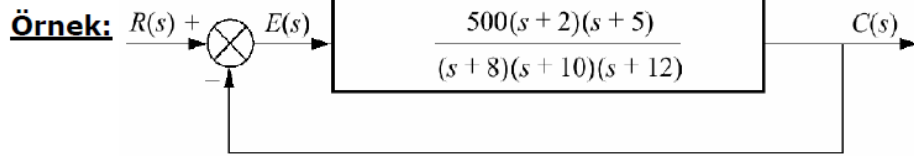
$$e(\infty) = \frac{10}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} \quad \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = (0) \frac{100(2)(6)}{(3)(4)} = 0 \quad e(\infty) = \frac{10}{0} = \infty$$

Birim basamak girişi için $u(t)$,	Konum Sabiti K_p ,	$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$
$e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$	Hız Sabiti K_v ,	$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$
Rampa girişi için $tu(t)$,	İvmelenme Sabiti	$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$
$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$		
Rampa girişi için $(1/2)t^2u(t)$,		
$e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)}$		

Paydadaki limit ifadeleri sürekli hal hatalarını belirliyor, bu limit terimlerine statik hata katsayıları adı verilir.

Sürekli hal hataları ise,

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} \quad e(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad e(\infty) = \frac{1}{K_a}$$



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{(500)(2)(5)}{(8)(10)(12)} = 5.208$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

Konum Girişi için:

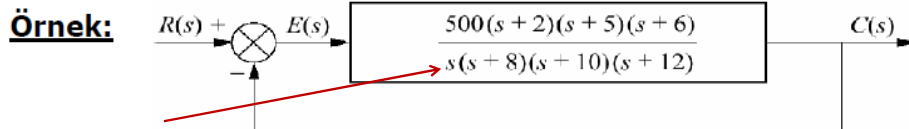
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.161$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$$

İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$



Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{(500)(2)(5)(6)}{(8)(10)(12)} = 31.25$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

Konum Girişi için:

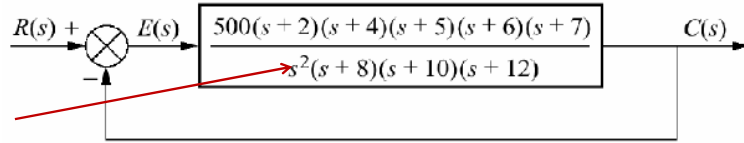
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{31.25} = 0.032$$

İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$

Örnek:

Yukarıdaki sistemin statik hata katsayılarını bulunuz, birim basamak, rampa ve parabolik giriş işaretlerine karşı oluşacak sürekli hal hatalarını belirleyiniz.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \infty$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \frac{(500)(2)(4)(5)(6)(7)}{(8)(10)(12)} = 875$$

Konum Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

Hız Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{31.25} = 0.032$$

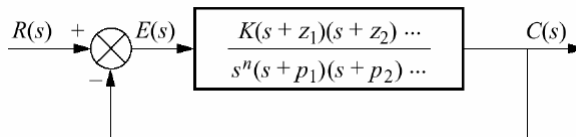
İvme Girişi için:

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{875} = 1.14 \times 10^{-3}$$

Input	Steady-state error formula	Type 0		Type 1		Type 2	
		Static error constant	Error	Static error constant	Error	Static error constant	Error
Step, $u(t)$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \text{Constant}$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \infty$	0	$K_p = \infty$	0
Ramp, $tu(t)$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = 0$	∞	$K_v = \text{Constant}$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = \infty$	0
Parabola, $\frac{1}{2}t^2 u(t)$	$\frac{1}{K_a}$	$K_a = 0$	∞	$K_a = 0$	∞	$K_a = \text{Constant}$	$\frac{1}{K_a}$

Statik Hata Katsayıları ve Sistemin Tipi

Sistem Tip'i Tanımı: İleri yol daki **saf integratör sayısı sistemin tip'i olarak tanımlanır.**



Eğer n=0 ise sistemin tip'i sıfır, eğer n=1 ise sistemin tip'i birdir. Sırasıyla Tip 0 ve Tip 1 olarak ifade edilirler

Örnek:

Eğer bir sistemin hız sabiti, $K_v = 1000$ ise bu sistem hakkında neler söyleyebilirsiniz.

1. Sistem kararlıdır.

2. Sistem **Tip 1** dir. Hatırlanacak olursa **Tip 0** sistemlerde $K_v = 0$, Tip 2 sistemlerde ise K_v sonsuzdur

3. Test işareti rampadır ve rampa giriş işeti uygulandığında sürekli hal hatası hız sabiti ile ters orantılıdır.

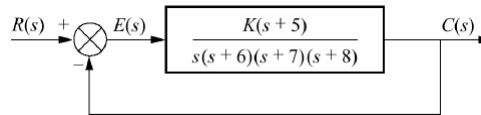
4. Giriş rampa işareti ve çıkış rampa işareti arasındaki sürekli hal hatası **$1/K_v$** dir.

Örnek 2: Eğer bir sistemin konum sabiti, $K_p=1000$ ise

1. Sistem kararlıdır.
2. Sistem **Tip 0** dir. (K_p sonsuz değildir).
3. Test işareti birim basamaktır.

$$4. \quad e(\infty) = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+K_p} = \frac{1}{1+1000} = \frac{1}{1001}$$

Örnek 3: Verilen sistemin sürekli hal hatası %10 olması için **K** değerini bulunuz.



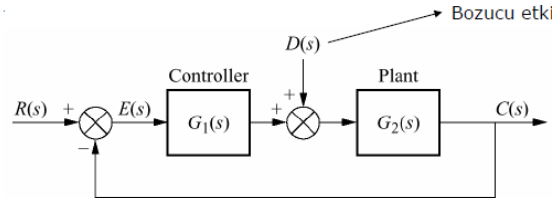
Sistem Tip 1 olduğu için sürekli hal hatası rampa girişi için olmalıdır. Böylece

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = 0.1 \longrightarrow K_v = 10$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{K(5)}{(6)(7)(8)} = 10 \quad K = 672$$

Bozucu Etkiler için Sürekli Hal Hataları

Geribeslemeli denetim sisteminin kullanılmasının sebebi bozucu etkilere rağmen sistemin giriş referans sinyalini sıfır hata veya çok az hata ile takip edebilmektir.



$$C(s) = E(s)G_1(s)G_2(s) + D(s)G_2(s)$$

$$C(s) = R(s) - E(s)$$

$C(s)$ 'i yukarıdaki ifadede yerine yazalım;

$$R(s) - E(s) = E(s)G_1(s)G_2(s) + D(s)G_2(s)$$

$$R(s) - D(s)G_2(s) = E(s) + E(s)G_1(s)G_2(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)} R(s) - \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} D(s)$$

Hata'yı bulabilmek için son değer teoremini uygulayacak olursak:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + G_1(s)G_2(s)} R(s) - \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} D(s)$$

$$e(\infty) = e_R(\infty) + e_D(\infty)$$

$e_R(\infty)$: Daha önce elde ettiğimiz gibi giriş, $R(s)$ den ötürü oluşan sürekli hal hatası.

$e_D(\infty)$: Bozucu etki, $D(s)$ den ötürü oluşan sürekli hal hatası.

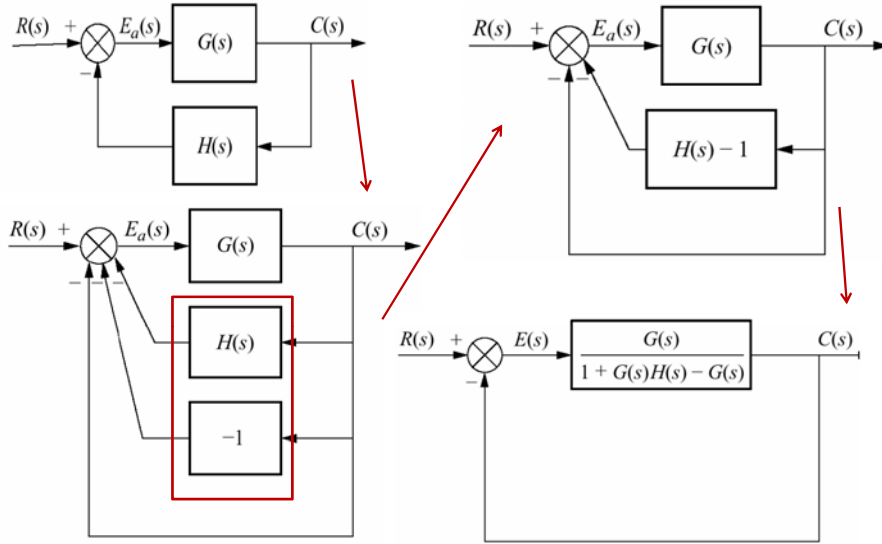
$D(s)$ 'in birim basamak bozucu olduğunu varsayalım, $D(s)=1/s$:

$$e_D(\infty) = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sG_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} \left(\frac{1}{s}\right) = -\frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{G_2(s)} + \lim_{s \rightarrow 0} G_1(s)}$$

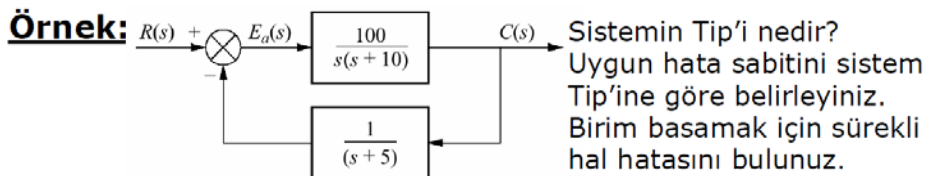
Birim basamak bozucu etki olduğunda $G_1(s)$ 'nin dc kazancını artırdığımızda veya $G_2(s)$ 'nin dc kazancını azalttığımızda bozucu etkiden ötürü oluşan sürekli hal hatası azaltılabilir.

Birim Geri beslemeli Olmayan Sistemler için Sürekli Hal Hataları

Başarımı ölçütlerini iyileştiren dengeleyici ve denetleyicilerin kullanılması veya sistemin fiziksel yapısı nedeniyle çoğu kontrol sistemleri birim geri beslemeli değildir.



Örnek:



$$G(s) = \frac{100}{s(s+10)}$$

$$H(s) = \frac{1}{(s+5)}$$

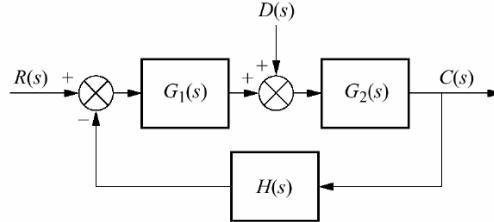
$$G_e(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s) - G(s)} = \frac{100(s+5)}{s^3 + 15s^2 - 50s - 400}$$

Saf integratör olmadığı için sistem **Tip 0** dir. Uygun hata sabiti bu durumda konum hata sabiti K_p dir.

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s) = \frac{(100)(5)}{(-400)} = -\frac{5}{4} \rightarrow e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 - \frac{5}{4}} = -4$$

İşaretin negatif olması çıkış değerinin giriş değerinden büyük olduğunu gösterir

Hem birim basamak geri besleme olmayan hem de bozucu etki girişi olan sistemi



$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left\{ \left[1 - \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \right] R(s) - \left[\frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} \right] D(s) \right\}$$

Birim basamak giriş, $\mathbf{R(s)=1/s}$ ve birim basamak bozucu, $\mathbf{D(s)=1/s}$ için,

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \left\{ \left[1 - \frac{\lim_{s \rightarrow 0} s[G_1(s)G_2(s)]}{\lim_{s \rightarrow 0} s[1 + G_1(s)G_2(s)H(s)]} \right] - \left[\frac{\lim_{s \rightarrow 0} sG_2(s)}{\lim_{s \rightarrow 0} s[1 + G_1(s)G_2(s)H(s)]} \right] \right\}$$

Sıfır hata olabilmesi için:

$$\frac{\lim_{s \rightarrow 0} s[G_1(s)G_2(s)]}{\lim_{s \rightarrow 0} s[1 + G_1(s)G_2(s)H(s)]} = 1 \quad \text{ve} \quad \frac{\lim_{s \rightarrow 0} sG_2(s)}{\lim_{s \rightarrow 0} s[1 + G_1(s)G_2(s)H(s)]} = 0$$

olmalıdır.

Sistem kararlı ise, $\mathbf{G1(s)}$:**Tip 1** ise, $\mathbf{G2(s)}$:**Tip 0** ise ve $\mathbf{H(s)}$ dc kazancı **1** olan **Tip 0** bir sistemse yukarıdaki ifadeler daima sağlanır ve sürekli hal hatası sıfır olur.

DUYARLILIK (Sensitivity) .Tasarım sürecinde, denetim tasarım mühendisi sistem parametrelerinin sistem davranışını etkileme derecesini bilmek ister. Örneğin, ideal olarak, sıcaklık gibi parametrelerin sistem başarımını etkilememeleri gerekir. Sistem parametrelerinin sistem transfer fonksiyonunu dolayısıyla başarımını etkileme derecesine duyarlılık adı verilir.

Örnek: $F = \frac{K}{K+a}$ Fonksiyonunun a parametresine göre duyarlılığını inceleyiniz.

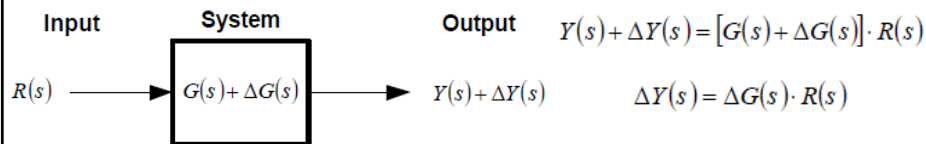
K=10 ve a=100 için F=0.091 dir.

a'yı üç katına çıkartıp a=300 aldığımızda, F=0.032 olur.

a' daki kesirli değişim: $300-100/100=2$

F deki ise $0.032-0.091/0.091=-0.65$ (-%65)

Görüldüğü gibi **a** parametresindeki değişime **F'nin** azalan duyarlılığı vardır

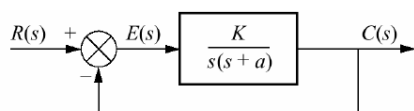


Geribesleme oluşturma bir diğer avantajı da sistemin parametrelerine göre duyarlılığını azaltma eğiliminde olmasıdır.

Duyarlılık

$$S_{F:P} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{F \text{deki kesirli değ.}}{P \text{deki kesirli değ.}} \quad S_{F:P} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{\frac{\Delta F}{F}}{\frac{\Delta P}{P}} = \lim_{\Delta P \rightarrow 0} \frac{P}{F} \frac{\Delta F}{\Delta P} = \frac{P}{F} \frac{\delta F}{\delta P}$$

Örnek:

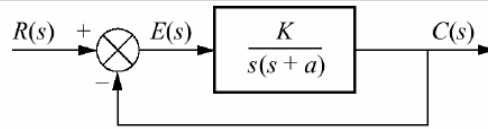


$$T(s) = \frac{K}{s^2 + as + K}$$

a parametresine duyarlılığını belirleyiniz. a parametresine olan duyarlılığı nasıl azaltabiliriz.

S'nin herhangi bir değeri için K'nın artırılması a daki değişime göre kapalı döngü transfer fonksiyonunun duyarlılığını azaltır

$$S_{T,a} = \frac{a}{T} \frac{\delta T}{\delta a} = \frac{a}{\left(\frac{K}{s^2 + as + K}\right)} \left(\frac{-Ks}{(s^2 + as + K)^2} \right) = \frac{-as}{s^2 + as + K}$$

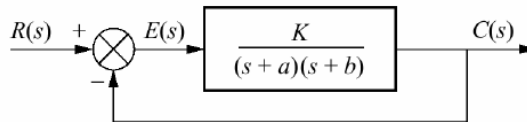
Örnek:

Yukarıdaki sisteme rampa girişi uygulandığında sürekli hal hatasının **a** parametresindeki ve **K** parametresindeki değişimlere duyarlılıklarını bulunuz.

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s(s+a)} = \frac{K}{a} \quad e(\infty) = \frac{a}{K}$$

$$S_{e,a} = \frac{a}{e} \frac{\delta e}{\delta a} = \frac{a}{\frac{a}{K}} \left[\frac{1}{K} \right] = 1 \quad S_{e,K} = \frac{K}{e} \frac{\delta e}{\delta K} = \frac{K}{\frac{a}{K}} \left[\frac{-a}{K^2} \right] = -1$$

a parametresindeki ve **K** deki değişiklikler doğrudan $e(\infty)$ da görülecektir. Duyarlılıkta azalma veya artma olmayacaktır.

Örnek:

Yukarıdaki sisteme birim basamak girişi uygulandığında sürekli hal hatasının **a** parametresindeki ve **K** parametresindeki değişimlere duyarlılıklarını bulunuz.

Sistem Tip 0 dır, ve sürekli hal hatası: $e(\infty) = \frac{1}{1+K_p}$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{(s+a)(s+b)} = \frac{K}{ab} \quad e(\infty) = \frac{1}{1+\frac{K}{ab}} = \frac{ab}{ab+K}$$

$$S_{e,a} = \frac{a}{e} \frac{\delta e}{\delta a} = \left(\frac{ab}{ab+K} \right) \left[\frac{(ab+K)b - ab^2}{(ab+K)^2} \right] = \frac{K}{ab+K}$$