

Dış dünyanın algılanmasında logaritma fonksiyonunu'nun önemi ve tarihteki yeri

İster evrenin işleyişinde geçerli engin fizik kurallarını açıklayan sade bir çözüm, isterse çok daha dar kapsamda, günlük hayatta karşılaşılan basit bir sorunun çözümü olsun, tarih boyunca insanlar için bir takım arayışlar ve merak kaynakları hep var olmuştur; insan tarih boyunca hayatta kalabilmek için algılamak, düşünmek ve sorgulamak zorunda kalmıştır.

Özet

Bu yazımızda, bilimsel düşüncenin aşamaları incelenmekte ve bu aşamalarda birinci sırada yer alan algılama ve gözlemin önemi vurgulanmaktadır. İnsanın hayal gücünü oluşturan ve dış dünyayı algılamasında kolaylık sağlayan, örneğin, kulak ile sesin tonunun algılanmasında dahi doğal olarak kullanılan logaritma fonksiyonu incelenmektedir.

uzmanlaşmış ve insanlığa hizmet edecek yeni yöntemlerin keşfedilmesini mümkün kılmıştır. İnsanoğlu, hayatını güvenceye almak ve günlük sorunlarına ilişkin daha etkin çözümler üretebilmek istemiştir. Bu yüzden sıklıkla bir sınav ortamı ile karşılaşmıştır. Herhangi bir ihtiyaca yönelik üretilen bir çözüm yani bir *keşif*, denizleri aşabilen ilk yelkenli, uzun yolları katedebilen tekerlekli yük arabası, daha iyi bir tohum, çok daha fazla alanı sulayabilen yeni sulama kanalları gibi bir çok örnek

Keşif yapan kişilerin; cevapların peşinde koşmadan önce ilk olarak doğru soruyu soran kişiler olduğunu görüyoruz. Yani problemin ortaya çıktığı koşullarda çok iyi gözlem yapıyor ve sorunun kaynağını belirleyebiliyorlar.

Giriş

İster evrenin işleyişinde geçerli engin fizik kurallarını açıklayan sade bir çözüm, isterse çok daha dar kapsamda, günlük hayatta karşılaşılan basit bir sorunun çözümü olsun, tarih boyunca insanlar için bir takım arayışlar ve merak kaynakları hep var olmuştur; insan tarih boyunca hayatta kalabilmek için algılamak, düşünmek ve sorgulamak zorunda kalmıştır. Örneğin, avcı-toplayıcı adı verilen bilinen tarihin oldukça gerisinde yaşamış olan ilk insanların doğa hakkındaki sorgulamaları, geceleri beliren yıldızlar ile ortaya çıkmış olabileceğini hayal edebiliriz. İnsanların topluluklar halinde yaşamayı becerebildikleri dönemlerde, tarım gibi hayati bir çok konuda, görevlerin paylaşılması ile birlikte, kişiler belirli konularda



Sovyetler Birliği'ne ait 6 Eylül 1983 tarihli posta pulu. El-Harezmi'nin doğumunun 1200. Yılı

olabilir. Keşfi yapan kişi olan *kaşif* ise bir ihtiyaca ilişkin, kendinden öncekilerine göre bir adım ileride yeni bir çözüm getirmeyi becerebilmiştir. Ama neden sadece sınırlı bir grup insan keşif yapıyor? Onların ortak bir özelliği varsa nedir acaba?

Keşif yapan kişilerin; cevapların peşinde koşmadan önce ilk olarak doğru soruyu soran kişiler olduğunu görüyoruz. Yani problemin ortaya çıktığı koşullarda çok iyi gözlem yapıyor ve sorunun kaynağını belirleyebiliyorlar. Bundan anladığımız, ancak iyi bir gözlem sonrasında hipotez oluşturulabilir, yani yeni bir çözüm önerilebilir. Her öneri adı üzerinde sadece bir öneridir, test edilmeye ve doğrulanmaya muhtahtır. Test sonucunda hipotezin başarısız olduğu ortaya çıkabilir; başarı garantilenebilir ve ilk hipotezler sıklıkla hatalıdır da. Bu tür durumlar bir kayıp değil, çok daha iyi hipotez üretebilmeyi sağlayan bir kazanım, bir ara adım, bir ilerlemedir.

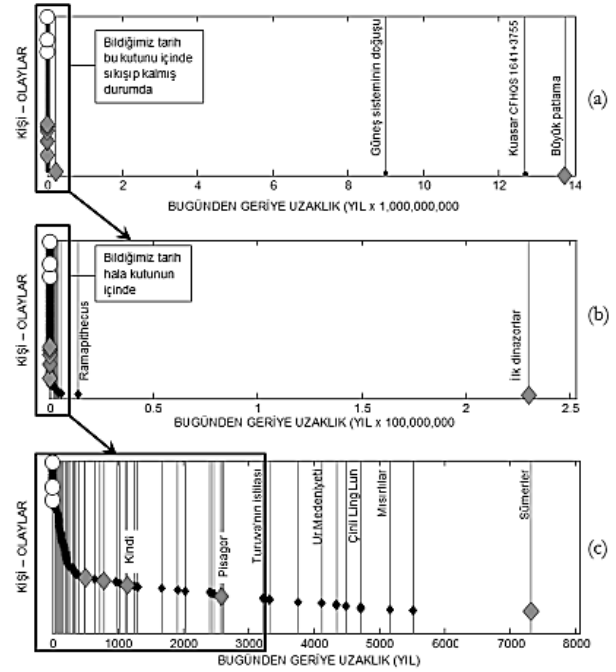
Bilimsel düşüncenin temelinde,

1) *algılama* (gözlem), 2) *sorgulama*, 3) *çözüm üretme*, önerme (hipotez) ve sonrasında, 4) dürüst bir şekilde bu öneriyi *test etme*, doğrulama, yani doğru olup olmadığını belirlenme aşamaları yatmaktadır. Testlerde, hipotezin hangi koşullar altında hatalı veya doğru olduğu da belirlenmektedir. Böylelikle, kısmen bile olsa güvenilir bir çözüm üretmek mümkün olabilmektedir. Kaşık ve çatal, yemek yeme işlemi için kısmi çözümlerdir, şaka gibi gelse de doğru ...

Bu yazımızda, bilimsel düşüncenin temeli olan aşamaların birinci sırasında yer alan; gözlem yapma, yani içinde bulunan durumu algılayabilmeyi inceleyeceğiz. Algılamamız gereken koşulların ne kadar zor olabildiğini ve insanın bu zorluklar karşısında kullanmakta olduğu çözümlerden birisi olan ve matematikteki adı *logaritma* olan bir çözümü inceleyeceğiz.

Logaritma kelimesi nereden geldi?

Logaritmanın gerisinde yatan, *algoritma* ve *cebir* kelimelerinin geçmişini incelediğimizde karşımıza, MS. 780–850 yılları arasında Harezmi şehrinde doğmuş olan Ebu Abdullah Muhammed ibn Musa el-Hârizmî çıkıyor. Bugün kullanmakta olduğumuz {0,1,2,...9} Hint-Arap sayıları, ilk defa Batıya Harizmi'nin eserleri ile ulaşıyor ve yerleşiyor. Adının anlamı; Musa el Harizmi'nin oğlu Baba (Ebu) Abdullah Muhammed (Şekil 1). Adı Latince'ye "algorithm" yani algoritma olarak geçmiş. Bir çok kitabının arasında biri var ki ilginizi çekebilir; *İlm al-jabr wa'l-mukābala / El'Kitab'ül-Muhtasar fi Hısab'il Cebri ve'l-Mukabele, yani cebir ve denklem hesabı üzerine özet kitap. Jabr* kelimesi bugün kullandığımız, hala unutulmamış olan meşhur kelime *cebir* !.. Algoritma'dan logaritmaya nasıl geçildi diye soruyorsanız yazımızın devamını okuyun derim. "Logic" yani mantık; hayal edebilme, algılayabilme, yorumlayabilme, düzenli düşünebilme gücü gibi kelimelerle ilişki kuracak ve belki de mantığın cebiri diyeceksiniz.



Şekil 1. Büyük patlamadan günümüze yer alan uygarlık ve kişiler.

Sizce evreni tam olarak algılayabilmek mümkün mü?

Başlıkta verilen soruyu cevaplamayı bir deneyin isterseniz. Soru sizce çok açık mı? Bazen büyük bir problemi çözmeye kalkışmak yerine, onu küçük parçalara ayırarak içindeki kırıntılarla ilerlemek, çok daha fazla zaman alıyor gibi görünse de, en doğru ilerleme yöntemi olabiliyor. İsterseniz böyle büyük bir sorunun peşinden giderek kaybolmayalım. Küçük bir soru ile başlayıp ilerleyelim. Sizce evrenin tarihinde ifade edilen süreleri algılayabilmemizde duyularımız, hatta hayal gücümüz yeterli midir? Basit gibi görünen bir soru. Bizlerin çok büyük ve çok küçük sayılar karşısında aciz kalabildiğimizi bir görelim isterseniz.

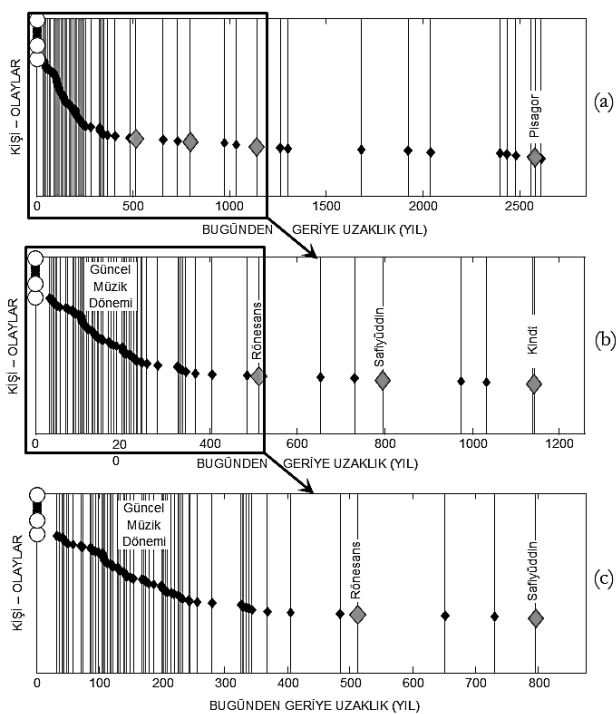
Günümüzde, bilimsel açıdan kabul edilen görüşe göre, evrenin yaşı yaklaşık olarak 13.75 milyar yıl, doğumu büyük patlama ile başlıyor. Bugün 2015 yılındayız. Haydi bakalım arasındaki süreyi bir hayal edelim bakalım.

Sayıları algılamamızda görsel şekillerin çok faydası var. Hem görmek, hem de zihnimizde canlandırmak algılamamıza çok yardımcı oluyor. O zaman Şekil 1'e bakalım birlikte. Şekil 1 (a) oldukça şaşırtabilir sizi, bilinen tarihimiz bugün olmuş gibi, arası boş. O zaman geçmiş 2.5 milyar yıl ile sınırlandırılmış, hala yeterli değil, olmuyor (Şekil 1 (b)). En alttaki üçüncü şekil, bugünden sadece 8,000 yıl öncesinde Sümerlere kadar gidiyor. Bu kadar günümüze yaklaşıp da yine de yakın tarihimiz birbirine girmiş gibi değil mi? Burada bir sıkıntı olduğu açık. Sorun nereden kaynaklanıyor acaba diyor gibisiniz, haklısınız. Bu zaman aralığını hayalimizin algılayamadığı ortada. Şekil 1'e tekrar tekrar bakıldığında, görülen çok basitçe şudur; bildiğimiz her şey "şimdi" oldu. Alt eksen 2 sayısı ile gösterilen tarih bugünden 2 milyar yıl öncesini gösteriyor. 2 milyar

yılı, 2,000,000,000 sayısı ile veya 9 sıfırı 10 üstüne taşıyıp 2×10^9 şeklinde gösterebiliriz; 10^9 demek aslında, 9 tane 10 sayısının çarpımı demek, 1 yanında 9 tane sıfır. Evrenin yaşı olan 13.75 milyar yıl hayal edilemez bir süre. Ya peki CERN'deki *Büyük Hadron* çarpıştırıcısında Büyük Patlama'nın ilk 10^{-34} üncü saniyesinin çalışmakta olduğuna inanır mısınız? Bu sayı; 0,000000... diye sıfırlarla ilerleyen çok küçük bir sayı; virgülden sonra 1 sayısına ulaşana kadar tam 34 tane sıfır var. Kolaysa bunu hayal edelim diyeceğim, ama gerçekten bizim için çok kısa bir süre. Bizim hayalimizdeki sayıda 34 sıfır değil de 28 sıfır olsa ne değişir bilemiyorum. Yani karşılaştıramadığımıza göre hayalimizde bir karşılığı da yok.

Sıkıntı yaratan sayılar bir tarafta hayal edilemeyecek kadar büyük, diğer tarafta ise hayal edilemeyecek kadar küçük. Çok büyük süremiz 13.75 milyar yıl; çok küçük sayımızda ise virgülden sonra 34 tane sıfır var; 10^{-34} yıl. Evrenin hayatı boyunca CERN’de incelenen süreden kaç kere geçti dersiniz, bu iki sürenin birbirlerine oranını hesaplamamız gerekir. Yani, evrenin yaşı olan 13.75 milyar yılı 10^{-34} ’e bölerseniz dudak uçuklatan bir sayı ile karşılaşsınız. Yaklaşık olarak 10’un yanında 43 tane sıfır !.. Hayal etmeyi denemeyin bile, benden söylemesi. Bizler elimizdeki parmaklar kadar sayıyı anca hayal edebiliriz, nerede kalmış 1’in yanındaki 43 tane sıfır! [Silk (2012), syf. 77–97, evrenin oluşumunun safhalar halinde incelemesi için Hawking (2011), patlamada ortaya çıkan temel parçacıklar hakkında detaylı bilgi için, Hooft (2012), ve daha da fazlası için Greene (2010), bu kitapları mutlaka okumanızı tavsiye ederim].

Bugün tarih olarak bildiğimiz herşey 0 (sıfır) konumunda bulunan ve ne kadar küçük olduğunu dahi hayal edemediğimiz bir noktanın içine sıkışıp kalmış durumda. Olayları gösteren şekil-



Şekil 2. Müzik tarihinde yer alan uygarlık ve kişiler.

ler üstüste gelmiş olsa da tarih sıralamasını tam olarak göremiyoruz. Günümüze yaklaştıkça, olayları gösteren dikey çizgiler ayrışmaya başlıyor. Babil medeniyetlerini görüyoruz; Eski Yunan sanki bugün gibi yakın. Şekil 1 (c) aslında oldukça önemli bir şekil. Devam etmeden, bundan sonraki yazılarımda sıklıkla bahsetmeyi planladığım bir tespiti paylaşmak isterim. Batı’da bir çok bilimsel gelişmenin başladığı tarih olarak Pisagor dönemi gösteriliyor. “Büyük” Pisagor, Öklid ve Aristo. Oysa, Batı’daki bilimsel hareketlerin, Sümer, Mısır, Çin ve Hint uygarlıklarına göre oldukça yakın dönemde yaşandığı görülebiliyor. Yapılan gözlemler farklı bakış açılarına sahip olduğunda, görüşlerde de farklılık yaşanabiliyor. Pisagor’un büyüklüğü ve “ilkliği”ni, Batı’nın beyaz ırkı öne çıkarmak için uydurduğu yalanlardan birisi olarak gösterebilirsiniz. Farklı bakış açıları veya önyargılar hayatımızda yaşadığımız birçok anlaşmazlığın temel sebebi değil mi zaten.

Büyük patlamadan oldukça uzaklaşmamıza rağmen, güncel tarihimiz hala sıkışmış durumda. O zaman daha da yaklaşalım diyorsanız devam edelim bakalım, nerelere ulaşacağız?

Bu noktadan sonra, şekilleri sadeleştirmek için müzik tarihinden örnekleri kullanacağım. Benzer şekilde günümüze yaklaştırmaya devam edersek, Şekil 2 (a)'nın da yetersiz olduğu, Şekil 2 (c)'ye kadar ilerlemek gerektiğini görüyoruz. Pisagor ile başlatılan Şekil 2 (a) günümüzde Batı'nın bilim tarihi konusundaki bakış açısını gösteriyor. Günümüze daha yakın bir pencere Şekil 2 (b)'de açıldığında Kindi ile Safiyüddin'in Rönesans müziğini etkilemiş olabilecekleri anlaşıyor ve bu şekil ilk müslüman müzik kuramcısı olarak kabul edilen Kindi ile başlama-sından dolayı birçok Arap müzik tarihçisi için çok daha anlamlı. Bakılan pencere aralığı bakış açımızı etkiliyor, Safiyüddin ile başlayan Şekil 2 (c), "makamları var eden döngü" olarak C. Gü-ray'ın tanımladığı Edvar geleneği'ne [Güray (2011)] bakış için oldukça uygun. Müziğin bilimsel tarihi konusu üzerine gelecekte bahsetmek istediğim çok konu var. Geri dönmek üzere bu noktada duruyorum. Sıradaki ikinci örnek biraz sizi şaşırtabilir, yeni sorulara kapı açabilir.

Tablo 1. Farklı Ses Kaynaklarının Şiddet Miktarları

Ses (gürültü) kaynakları ve uzaklıkları	Ses şiddeti (W/m ²)
Jet motoru (50 m.)	100
Acı eşiği	10
Rahatsızlık sınırı	1
Zincirli testere (1 m.)	0.1
Disko pisti (1 m.)	0.01
Dizel kamyon (10 m.)	0.001
Yoğun yol kenarı (5 m.)	0.000 1V
Elektrikli süpürge (1 m.)	0.000 01
Sohbet konuşması (1 m.)	0.000 001

Ortalama ev gürültüsü	0.000 000 1
Sessiz kütüphane	0.000 000 01
Sessiz yatakodası (gece)	0.000 000 001
Televizyon stüdyo gürültüsü	0.000 000 000 1
Sallanan yapraklar (uzaktan)	0.000 000 000 01
İşitme eşiği	0.000 000 000 001

Tablo I'e baktığınızda muazzam büyüklük oranlarının bulunduğunu görmekteyiz. Jet motorunun 50 metrede yarattığı şiddetin işitme eşiğimizin 10^{14} katı olması ne anlama geliyor acaba? Biz hayal edemiyorsak, kulağımız bu konuda nasıl bir çözüm bulmuş olabilir diyebilirsiniz. Bu yazımızın temel konusu bu zor probleme getirilen mucize bir çözümün incelenmesi.

Doğru soruya yaklaşıyoruz. Konumuz çok büyük ve çok küçük sayıların bir arada olması. İlk önce, fiziksel büyüklük değerlerini inceleyelim isterseniz.

Tablo II. Fiziksel Büyüklük Değerlerine Örnekler

Nesneler	Yaklaşık boyutlar (m)
Bilgisayar masası	1
Everest dağı	1 000 000
Ay-dünya uzaklığı	100 000 000
Güneş-dünya uzaklığı	100 000 000 000
Güneş sisteminin yarıçapı	1 (13 sıfır)
En yakın yıldız (Proxima Centauri)	1 (18 sıfır)
Samanyolu	1 (20 tane sıfır)
Galaksi kol uzunluğu	1 (21 tane sıfır)
Görülebilir evrenin büyüklüğü	!..

Yaklaşık büyüklüğü 1 metre olan bir bilgisayar masası ile başlayarak bazı örnek büyüklükleri Tablo II'de görebilirsiniz. Büyüklükleri karşılaştırma konusunda aciz kalabiliyoruz ve nesnelerin gerçekte ne kadar büyük olduğunu hayal dahi edemiyoruz, doğru mu? O zaman devam edelim ve Tablo III'de verilen küçüklükleri inceleyelim isterseniz.

Tablo III. Küçülen Bazı Fiziksel Değerler

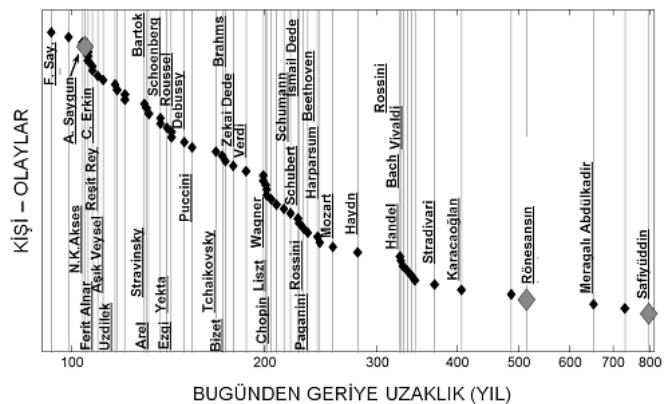
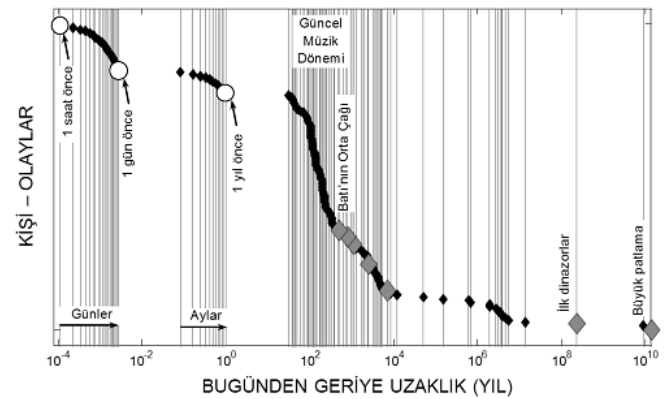
Nesneler	Yaklaşık boyutlar (m)
Bilgisayar masası	1
Sivrisinek	0.01
Saçın kalınlığı	0.000 1
Alyuvar, bakteri	0.000 001
Kırmızının dalga boyu	0.000 000 1
Bir atomun yarıçapı	0.000 000 000 1
Atom altı parçacıklar (elektron, kuark)	0. (15 tane sıfır) 1
Nötrino	0. (23 tane sıfır) 1
Plank uzunluğu	0. (34 tane sıfır) 1

Doğadaki büyüklüklerin algılamamızda bazı sorunlar yarat-

tığı ve hayal etmede başarısız kaldığımızı gördük. Gözlemimiz doğru, şimdi doğru soruyu soralım? Neden bu sayıları hayal etmede bu kadar çok zorlanıyoruz?

Günlük yaşantımızda karşılaştığımız durumlar ve hazırlıklı olduğumuz sayılar elimizin parmakları kadar. Zorlasanız ayaklarla birlikte yirmi oluyor... Şakası bir yana, dikkat ettiğimiz bir tespitemiz, çok büyük ve çok küçük sayıları karşılaştırmak için sayıda kaç sıfır bulunduğuna bakarak bir yerlere ulaşabiliyoruz. Aslında, hayal edemiyor sadece sıfırları sayabiliyoruz. Günümüzde Graham Bell onuruna sayılardaki sıfır sayısına *bel* adı verilmektedir. Bu kurala göre, 10 sayısı sadece bir adet sıfıra sahip olduğundan 1 *bel*, 1000 sayısı 3 *bel* ve 0.0001 sayısı ise 10,000'e bölünmüş 1'den küçük bir sayı olduğundan -4 *bel* oluyor. Tüm diğer sayılar bu değerlerin arasında bulunuyor ve logaritma fonksiyonu ile hesaplanabiliyor. Sıfırdan büyük olan her gerçek sayı için karşılık gelen bir *bel* değeri var ve sadece logaritma alınarak hesaplanabiliyor. Eğer, elde ettiğimiz *bel* sayısını 10 ile çarparak büyütürseniz bu sefer, *desibel*e ulaşırız, hani *metrenin* 10 kat küçüğü olan *desimetre* gibi. Örneğin, mühendislikte sıklıkla kullanılan 2 sayısı yaklaşık olarak 3 *desibel*e ve $0.5 = 1/2$ sayısı ise -3 *desibel*e eşit; son olarak 0 *desibel* ise 1 değerine karşılık geliyor. *Bel* veya *desibel* aynı zamanda bize 1 değerine göre sayının oranını da veriyor; sayı 1'e eşit ise, 0, ondan büyükse pozitif ve küçük ise negatif *bel* ve *desibel* değerlerini veriyor.

İlk problemimize dönüp günümüzden geriye giden yılların



(a) (b) Şekil 3. Müzik tarihinde yer alan uygarlık ve kişiler.

sıfır sayılarına (bel değerine) göre sıralayalım isterseniz.

Şekil 3 (a)'da elde edilen sonuç neredeyse tam olarak hayalimizde kurdugumuz algılamayı yansıtır. Bir uçta büyük patlama, diğer uçta ise bu haftanın günlerini bir arada görebilmek mümkün. Bu gözlemimizi müziğimizdeki iki mirengi noktası olan; Fazıl Say ile Safiüddin'in doğum tarihleri arası ile sınırlandırırsak, Şekil 3 (b) ile gerçekten daha iyi algılayabildiğimizi görebiliriz. Çok büyük ve çok küçük değerlerin karşılaştırmalı olarak algılamasında sıfır saymanın güzel bir yöntem olduğunu, örneğin, Tablo II'de Everest dağının çok kabaca 1,000,000 metresi için 6 sayısına ulaşabildik. Küçük sayılarda bu sayı -6 olacaktı. Kolaymış...

Büyük ve küçük sayıları oluşturan çarpanları toplam haline getiren işleme matematik dilinde *logaritma* denmektedir. *Logaritma* doğayı daha iyi anlamamızı sağlayan mucize fonksiyondur; çarpmayı toplamaya çevirir, çok büyük ve çok küçük sayıları karşılaştırmamıza yardımcı olur, insanlığın karşılaştığı bir çok çarpma işleminde -özellikle hesap makinası olmadığı zamanlarda- tek çözümdür. Logaritma yöntemi, arazi hesaplamaları, mal-mülk değişimi, ticaret ve özellikle astronomi hesaplamalarında çok kolaylık sağlar.

Logaritma'nın tarihteki yeri

Doğayı algılamada canlılara fayda sağlayan mucize fonksiyon logaritmanın tarihine baktığınızda oldukça çelişkili ifadeler ile karşılaşabilirsiniz. Sıralayalım isterseniz;

- 1) "Bugünkü logaritmanın kullanımını Leonhard Euler (1707-1783)'e borçluyuz.",
- 2) "Farklı bir çok tabanı kullanarak logaritmayı gerçek anlamda John Napier (1550-1617) kullandı",
- 3) "Michael Stifel (1487-1567) üslü sayıların logaritmasını ilk tanımlayandı. 2'nin kuvvetlerini inceledi",
- 4) "Acharya Virasena (8. yy Hintli matematikçi) MS 816 yılında ucu kesik piramitin hacmini hesapladı ve iki ile üç tabanına göre logaritma hesabı yaptı."

Liste uzayıp gidiyor ve kafaları haklı olarak karıştırıyor. Eski Yunan'da biliniyor ise Pisagor keşfetti diyebilir miyiz? Hani şu "Sözde Pisagor Üçgeni" yalan hikayesi gibi olmasın. Bu konuyu merak edenler için gelecekteki yazılarımızı takip etmelerini tavsiye edeceğim.

Logaritma fikrinin bilinen ilk adımı

"Logaritma'nın temel felsefesinin çarpma işlemini toplam haline getirmektir" dersiniz bu tarih çok daha gerilere uzayacaktır, tahmin edeceksiniz. Size günümüz matematiği ile bir çözüm getirebilirim. Çarpmak istediğimiz sayılar x ve y olsun. Bu sayıların çarpımını toplamları (ve farkları) cinsinden aşağıdaki gibi ilişkilendirebiliriz.

$$xy = \frac{1}{4} [(x+y)^2 - (x-y)^2] \quad (1)$$

Tersten ispat edelim isterseniz.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} [(x+y)^2 - (x-y)^2] \\ = \frac{1}{4} [(x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2)] \\ = \frac{1}{4} (4xy) = xy \end{aligned} \quad (2)$$

Bu yöntemin kolaylığı henüz tam açık değil. Bir tablo ile çarpım tablosunu toplama ile elde etmek mümkün.

Tablo IV. 10 ile 3 sayılarını çarpımını bulmak amacıyla toplam işlemlerinin yapıldığı tablo yöntemi

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\frac{n^2}{4}$	0	0	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49	56	64	72	81

42 - 12 = 30 = 10 x 3

Önereceğimiz yöntemeye göre, çarpılacak ilk sayı olan 10, tabloda ilk satırda seçilir. Çarpılacak diğer sayı olan 3 kullanılarak, ilk sayının 3 solunda ve 3 sağında bulunan 7 ve 13 sayıları işaretlenir. İşaretli sayıların altındaki sayılar; 42 ile 12 arasındaki fark olan 30 çarpım sonucunu vermektedir !..

İnanmadıysanız, yöntemimizi 6 ve 4'ün çarpımını bularak bir kere daha test edelim. Unutmayalım, test edilmeyen yöntem doğrulanmamıştır.

Tablo V. 6 ile 4 sayılarını çarpımını bulmak amacıyla toplam işlemlerinin yapıldığı tablo yöntemi

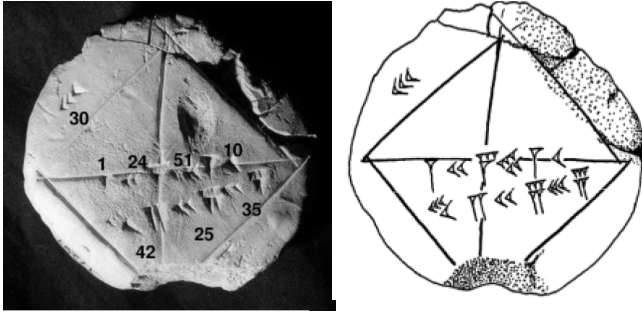
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\frac{n^2}{4}$	0	0	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49	56	64	72	81

25 - 1 = 24 = 6 x 4

Yöntemi tekrar uygulayalım. Önce 6'yı seçelim. 4 ile çarpılacağı için sağdan ve soldan 4 adım ilerleyerek 10 ve 2 sayılarını bulalım. Bu sayıların altındaki 25 ve 1 sayılarının farkı 24'ü yani doğru sonucu verecektir. İlkel bir yöntem gibi görünse de (eski demek daha doğru olur), bu konuları hiç bilmeyen ve sadece toplama ve çıkarma bilen bir çocuğa öğretebilirsiniz. Okullarda öğretilecek konulara dahil edilirse, sıradan halkın hesap makinası kullanır gibi yukarıdaki tabloyu kullanmaları mümkün olacaktır.

Bugün bu hesaplama *Çeyrek Kare Çarpımı* olarak adlandırılmaktadır. İnanması zor gelebilir ama bu hesaplama yöntemi ilk defa MÖ 2000-1600 yıllarında Babilliler tarafından iki sayının çarpımının sadece toplama işlemi ile kolayca hesaplanması için kullanıldığı tahmin edilmektedir. İlk defa John Napier

(1550 – 1617) tarafından keşfedildiği ifade edenler de var, bu Batı için doğru olabilir [Conner, 2005, syf. 21]. Gemicilerin daha basit bir hesaplama yöntemine ihtiyaç duyduğu bir dönemde olması boşuna değil.



Şekil 4. Babil medeniyetine ait YBC 7289 numaralı çivi yazılı kil tableti (Yale Üniversite Kütüphanesinde bulunan bu tablet, “kök iki tableti” olarak adlandırılmaktadır). Karenin kenarında 30, köşegende ise sıra ile; 1, 24, 51, 10 ve 42, 25, 35 sayıları yer almaktadır [Fowler (1998)]. Avuca kolay sığacak şekilde yapılmasından dolayı kullanımı kolaylaştırılmıştır.

Asur-Babil matematiğini daha iyi anlayabilmemiz için kısa bir örnek daha vereyim. Karesi 2 olan sayı nedir? Matematik dili ile $\sqrt{2}$ nedir? dersiniz...

$$\sqrt{2} \cong 1.414213 \dots \quad (3)$$

Babillerin tabletinde verilen çözümde;

$$30 \times \sqrt{2} \cong \frac{42}{1} + \frac{25}{60} + \frac{35}{3600} \quad (4)$$

$$\cong 42.426407 \dots$$

Aynı şekilde

$$\sqrt{2} \cong \frac{1}{1} + \frac{24}{60} + \frac{51}{3600} + \frac{10}{216000} \quad (5)$$

$$\cong 1.414213 \dots$$

şeklinde ifade edilmektedir. İnanamayıp tekrar tekrar hesapladığım hata miktarı 0.000 000 6’dan küçük !.. İnanılır gibi değil, hata oranı binde 0.000 424. Bugün bile bu değer kesin değer sayılabilir. MÖ 2000–1600 yıllarında daha kimbilir neler vardı?

O günlerde siz olsanız ne yapardınız? Bilgisayarınız, cep telefonu uygulamalarınız yok. Soyguncu eşkıyalara çaldıkları notlarını geri vermesi için yalvaran İmam Gazali gibisiniz. Eşkıya ne demiş, “eğer notların gidince aklında bir şey kalmadıysa sen aslında hiç bir şey bilmiyorsun” [Zerrinkub (2007), syf. 43]. Hep eskileri küçük görmüşüzdür, ama bildiğimiz neredeyse her şeyi onlara borçluyuz. Hangimiz yoğurt yapmasını kendisi keşfetti? Ya peki; turşu, reçel, pastırma. Meyve ağaçları nereden geldi? Neden bir günü 24 saate böldünüz dersem? Eğer buz-

dolabın yok, bir sürü ürünün var ve önünde zor bir kış seni bekliyor ise, o zaman oturur bir şeyler keşfetmek zorunda kalırsın... Biz bu gibi zor durumlara çözüm getirmedik, ama gururumuz yerinde. Sanki her şeyi kendimiz keşfetmişiz gibi.

Logaritmanın temel amacı olan çarpım işlemini toplama ve çıkarmaya dönüştürmek dedik ve Babillere biraz olsun saygı duyulması gerektiğinin farkına vardık. “Büyük” İskender doğu medeniyetini talan ederek Babiller’e son vermeseydi daha başka neler günümüze ulaşabilirdi acaba?

Logaritma cetveli

Belki de son defa çocukluğum döneminde kullanılan logaritma cetveli ne yapıyordu biliyor musunuz? Günümüzün bilgisayar görmüş, elinde cep telefonlu yeni nesli, Tablo IV ve Şekil 4’de verilen işlemlere küçümser gözle bakabilir. Ancak, rahmetli babam Prof. Dr. Kamil Tanyer’in çocukluğumda bana verdiği bir hediyesinden bahsederek konuyu tamamlamak istiyorum. Hediye özel bir cetveldi. Bugünkü çocuklar cetvelin sadece düz çizgi çizmeye yaradığını düşünebiliyorlar. Cumhuriyetimizin çok değerli Türk Dil Kurumu’nun Türkçe Sözlüğü’ne göre (On Birinci Baskı, Ankara, 2011, syf. 456) “*cetvel; doğru çizgileri çizmeye yarayan, dereceli veya derecesiz, tahtadan, plastikten, madenden yapılmış araç, çizgilik ve liste, çizelge*” anlamlarına gelmektedir. Benim cetvelim logaritma hesaplama yapıyordu ve cetvel tanımına tam olarak uyuyordu. İki sayının çarpımını toplama yoluyla bulabiliyordunuz. Hesap makinasının bulunmadığı bir dönemde nefis bir icat. İki sayının (x ve y olsun) logaritmalarını toplarsanız, onların çarpımının logaritmasını bulursunuz. Genel kuralı matematik dili ile ifade edersek;

$$\log(xy) = \log(x) + \log(y) \quad (6)$$

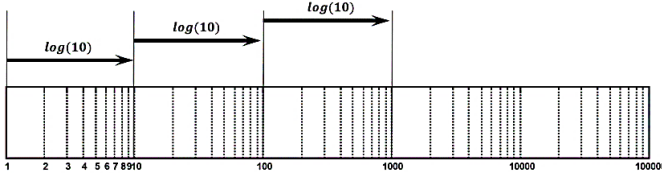
anlamına gelmektedir. Eğer iki sayı da 10 olursa, 10 çarpı 10 değeri 100 olacaktır. Böylelikle, 100 sayısının logaritması, iki tane 10 sayısının logaritmalarının toplamına eşit olacaktır. Yani Eşitlik (6) yeni değerler için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\log(100) = \log(10) + \log(10). \quad (7)$$

Eğer Eşitlik (7) anlaşıldıysa, 1000 değerinin logaritmasını aşağıdaki gibi hesaplamak zor gelmeyecektir.

$$\log(1000) = \log(10) + \log(10) + \log(10). \quad (8)$$

Dikkat ederseniz, her seferinde 10 ile çarpmak yerine logaritmalarda toplam işlemi yapıyoruz. Artık, ulaşmak istediğimiz sayı ister 1 milyar olsun, ister 1 trilyon, hatta 10^{34} olsun, her seferinde gerekli tekrar ile $\log(10)$ ekleye ekleye istediğimiz sayının logaritmasına ulaşabiliriz. İşte, “*çarpma yerine toplama yapmak*” tam olarak bu oluyor. Bu söylediklerimizi bu sefer Şekil 5’da tekrarlayalım isterseniz.

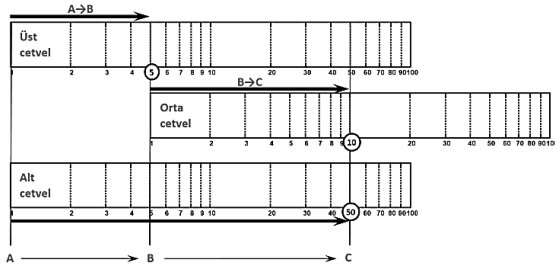


Şekil 5. 1 ile 100,000 sayılarının logaritması alınarak değerleri alt ekseninde gösterilmiştir. Dikkat edilecek olursa, her 10 kat artış eşit uzaklık miktarı ile gösterilmektedir.

Şeklin üst kısmında sağa doğru yönelmiş üç ok var. Her biri 10 sayısının logaritması kadar uzunlukta ve üçü de eşit. Ayrıca, alt ekseninde 1'den 100 bine kadar sıralanmış sayılar var. Şimdi işlem yapmaya başlayalım.

Elimizdeki ilk sayı 1 olsun; alt ekseninde en sol başta duruyor. Bu sayıyı 10 ile çarparsak 10'a ulaşmamız lazım, biliyoruz. Yukarıda en soldaki ok kadar sağa ilerlersek, yani $\log(10)$ kadar ilerlersek 10 sayısına ulaşıyoruz. Benzeri şekilde, Eşitlik (7)'deki gibi 100'e ulaşmak için bir kere daha (ikinci ok kadar ilerleyerek) 100 sayısına ulaşabiliyoruz. 1000'e ulaşmak için sadece tekrarlamak yeterli. İstedığınız sayıdan bir başkasına çarpma ile değil, sadece toplama işlemi ile ulaşmak artık mümkün.

Bu kadar uğraş verdik, nelerin altını çizmek gerekir dersiniz; herhangi bir sayının bir başka sayı ile çarpımı yerine, bu sayıların logaritmalarını toplamak (sonrasında tabi ki ters logaritma ile geri dönmek) yeterlidir diyoruz. Bizim örneğimizde, hem x hem de y değerini 10 seçmiştik. Her $\log(10)$ toplamında 10 kat ilerlediğimizi gördük. İşte *oransal artış* yani *logaritmik artış* tam olarak budur. Nasıl güzel değil mi? Bence gerçekten süper! Kulağımız bu kolaylığı nasıl biliyor da yapıyor, o tamamen ayrı bir tartışma konusu.



Şekil 6. Logaritma cetveli ile 5 ile 10 sayısının çarpımının bulunması

Haydi ilginç bir oyun oynayalım ve 5 ile 10 çarpımını "logaritma cetveli" kullanarak hesaplayalım. Eşitlik (6)'ya 5 ve 10 sayılarını yerleştirirsek (7) elde edilebilir.

$$\log(50) = \log(5) + \log(10) \quad (7)$$

Uzun lafın kısıası, 5 ile 10 değerlerini çarpmak yerine 5 ve 10 değerlerinin logaritmalarını topluyoruz!... Eğer, logaritma cetvellerinden iki tane olursa, iki cetvelde belirlediğiniz iki ayrı

uzunluğu birleştirdiğinizde logaritmaların toplamını bulursunuz. En son, bu toplam logaritma uzunluğu acaba hangi sayıymış diye geri dönmeyiz işi tamamlar gibi görünüyor. Örnek olsun diye 5 ile 10'u çarpalım, hani sonucun 50 olduğunu biliyoruz diye.



Hesap makinesinde logaritma (LOG) ile doğal logaritma (LN) tuşları

Şekil 7'de üst üste üç ayrı logaritma cetveli bulunuyor. En üstteki logaritma cetvelinin 1 noktası 0 logaritmaya sahip, yani uzunluk 0 ve cetvelin başlangıcı olan A noktası. İlk sayımız 5 için 1'den 5'e giderek B noktasına ulaşıyoruz. Bu uzunluk $\log(5)$ olacaktır. Diğer sayımız 10 için aynısını ikinci (orta) cetvelde yaparak B noktasından C noktasına ulaşalım. Eğer AB ve BC uzunlukları toplanırsa, $\log(5) + \log(10) = \log(50)$ sonucu elde edilecektir. Üçüncü cetvelde A noktası ile C arasındaki toplam uzunluğu ölçebilir ve 50 sayısına ulaşabiliriz. Ufak bir ipucu: üçüncü cetvelde aslında gerek yok, birinci cetveli de kullanabiliriz, o zaman bize sadece iki logaritma cetveli yeterli olacaktır. Rahmetli babamın bana hediyesi olan logaritma cetvelim ikiliydi ve ikisini bir arada tutan, ayrılmadan kaydırılabilmesini sağlayan şeffaf plastik bandı hareket ettirdiğimde, C noktasındaki çizgi ile 50 sayısına ulaşabiliyordum. Cetvelime hayrandım, bugün mühendis olmama neden olan küçük adımlarımdan belki de ilki buydu. Sonra logaritma hesabını tek tuşla hesaplayabildiğiniz hesap makineleri çıktı (Şekil 11). Şimdi de bu hesap makinelerini cep telefonu uygulaması halinde indirmek mümkün. İşler nereye kadar gidecek takip etmek zor diyorsanız, bu bilim ve teknoloji adına güzel bir şey olabilir.

* Yönetim Kurulu Başkanı, Kurucu ortak, Savunma Mühendislik Ar-Ge Teknoloji (SMART) San. ve Tic. A.Ş., Ankara.v

Kaynakça

- Conner C. D. (2012) *Halkın Bilim Tarihi*, 2. Basım, Çeviri: Zeynep Çiftçi Kanburoğlu, TÜBİTAK Bilim Yayınları
- Greene B. (2008), *Evrenin Dokusu*, Çeviri: Alev M., TÜBİTAK Popüler Bilim Yayınları, Ankara
- Güroy C. (2011), *Bin Yılın Mirası*, Pan Yayıncılık
- Hawking S. (2011), *Herşeyin Teorisi*, 3. Baskı, Çeviri: Kerem Işık, Şenocak Yayınları
- Hoofit G. (2012), *Maddenin Son Yapıtaşları*, Çeviri: Mehmet Koca, Nazife Özdeş Koca, 11. Basım, TÜBİTAK Yayınları, Ankara
- Silk J. (2012), *Evrenin Kısa Tarihi*, Çeviri: Alev M., 14. Baskı, TÜBİTAK Popüler Bilim Yayınları, Ankara
- Zerrinkub A (2007), *Medreseden Kaçış*, Çeviri: Hikmet Gök, 2. Basım, Ağaç Yayınları en.wikipedia.org/wiki/Babylonian_mathematics#/media/File:Ybc7289-bw.jpg, (Erişim: 15 Temmuz, 2015)