

Başkent Üniversitesi Mühendislik fakültesi
MAT222 “Diferansiyel denklemler” dersi

Final Sınavı

14 Ocak 2003

(Sınav süresi 120 dakika)

Öğrenci No	Soyadı		Adı		Bölüm	Toplam Not
						/35
Not / Not Değeri	1. /5	2. /5	3. /6	4. /6	5. /6	6. /7

Sorular:

1. Diferansiyel denklemin tüm çözümlerini *açık fonksiyon biçiminde* bulunuz:

$$y [\ln y - \ln x] dx - x dy = 0$$

Yanıt:

2. Diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz:

$$(1 + y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0$$

Yanıt:

3. Diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz:

$$y'' + 2y' + y = 15e^{-x} \sqrt{x+1}$$

Yanıt:

4. Diferansiyel denklemin $x_0 = 0$ noktası civarında kuvvet serileriyle çözünüz:

$$(2x^2 + 1)y'' - 4y = 0$$

Yanıt:

5. Diferansiyel denklemler sistemini çözünüz. Çözümü *açık biçimde* yazınız.

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = 4y - z \\ \frac{dz}{dt} = 5y + 2z \end{cases}$$

Yanıt:

6. Aşağıdaki soruları kanıtlayarak cevaplayınız.

- 6.1. Diferansiyel operatörlerin çarpımını bulunuz:

$$(D + x)(D - x)$$

Yanıt:

- 6.2. $\begin{cases} (x - 2)y' = \sqrt{y - x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ başlangıç değer problemi için

çözümün varlığı ve tekliği teoremi geçerli midir?

6. sorunun devamı **arka sayfada**

6.3. 1) $(2y \cos x + \sin^4 x)dx = \sin x dy$

3) $dy - 10^{x-y} dx = 0$

2) $y' = 2 \left(\frac{y+2}{x+y-1} \right)^2$

4) $y' = \frac{x}{y} e^{2x} + y$

denklemlerinin tiplerini aşağıda verilmiş seçenekler üzere belirleyiniz.

Seçenekler:

a) Bernoulli denklemi

b) Homojen denklem

c) Lineer denklem

d) Değişkenlerine ayrılabilen denklem

e) Homojen denkleme dönüşebilen denklem

6.4. Aşağıdaki Lineer diferansiyel denklemin özel çözümünün biçimini belirsiz katsayıların yardımıyla gösteriniz. (Not: Denklemin çözülmesine ve belirsiz katsayıların bulunmasına gerek yoktur!)

$y''' - 4y'' + 3y' = x^2 + xe^{2x}$

--

6.5. $\vec{X}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix}$ ve $\vec{Y}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^2 \end{pmatrix}$ fonksiyon vektörleri

(0,1) aralığında lineer bağımlı mı?

--

Başarılar!