

MATEMATİK MÜHENDİSLİĞİ
DİFERANSİYEL DENKLEMLER FİNAL SINAVI
11 Haziran 1999

1.)

a)

$$\left(x - \frac{2y}{\ln(x^2 + y^2)}\right)y' = y + \frac{2x}{\ln(x^2 + y^2)}$$

diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

b) $y^2 = 4c(x + c)$ parabol ailesinin dik yörüngelerini bulunuz.

2.)

a) $\{f, g\} = \{x^m, x^n\}$ temel çözüm kümesini kabul eden ikinci merteye lineer homojen diferansiyel denklemi kurunuz ve tekil noktalarını belirleyiniz.

b)

$$y'' + 4y' + y = \frac{e^{-2x}}{1 + x^2}$$

denkleminin genel çözümünü bulunuz.

3.)

$$(1 - \cos x)y'' - \sin xy' + y = 0$$

denkleminin

a) Düzenli tekil noktalarını ve buna karşı gelen indis denklemini ve üstlerini bulunuz

b) Frobenius tipi bir seri çözüm yazınız. İkinci çözümün yapısı nasıl olur.

4.)

$$x(1 - x)y'' + [p - (p + 2)x]y' - py = 0$$

diferansiyel denklemi veriliyor.

a) Denklemin genel çözümünü hipergeometrik fonksiyonlarla ifade ediniz. Bu çözüm elemanter fonksiyonlarla yazılabilir mi?

b) $p = 1$ için genel çözümü yazınız.

5.)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} e^{2x} \\ e^x \\ 0 \end{pmatrix}$$

veriliyor. $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}$ diferansiyel denklem sisteminin genel çözümünü bulunuz.

6.) $\mathcal{L}\{J_0(t)\} = (1 + s^2)^{-1/2}$ verildiğine göre

a) $\mathcal{L}\{e^{bt}J_0(at)\} = ? \quad \int_0^\infty te^{-3t}J_0(4t) dt = ?$

b) $\int_0^t F(\tau) F(t - \tau) d\tau = \sin t$ integral denklemini çözünüz.

c)

$$tY'' + (1 + 2t)Y' + (5t + 1)Y = 0$$

diferansiyel denkleminin $Y(0) = 1$, $Y'(0) = -1$ başlangıç koşullarını sağlayan çözümünü Laplace dönüşümü kullanarak bulunuz.